

Schulinterner Lehrplan zum Kernlehrplan für die Einführungs- und Qualifikationsphase der gymnasialen Oberstufe am Johann-Conrad-Schlaun-Gymnasium

Mathematik

Hinweis: Der schulinterne Lehrplan orientiert sich inhaltlich und zeitlich an dem Stoffverteilungsplan des Lehrwerks Lambacher Schweizer Einführungsphase (ISBN 978-3-12-735471-3) Qualifikationsphase Grundkurs (ISBN 978-3-12-735491-1), Leistungskurs ISBN (978-3-12-735481-2)

Die Zeitvorgaben gelten hierbei nur als Richtschnur.

Inhalt

| | | |
|----------|---|-----------|
| 1 | Die Fachgruppe Mathematik am Johann-Conrad-Schlaun-Gymnasium | 3 |
| 2 | Entscheidungen zum Unterricht | 3 |
| 2.1 | Unterrichtsvorhaben | 3 |
| 2.2 | Einführungsphase | 5 |
| 2.3 | Qualifikationsphase | 18 |
| 2.4 | Grundsätze der fachmethodischen und fachdidaktischen Arbeit | 40 |
| 2.5 | Grundsätze der Leistungsbewertung und Leistungsrückmeldung | 41 |
| 2.6 | Lehr- und Lernmittel | 45 |
| 3 | Entscheidungen zu fach- und unterrichtsübergreifenden Fragen | 45 |
| 4 | Qualitätssicherung und Evaluation | 45 |

1 Rahmenbedingungen der fachlichen Arbeit im Fach Mathematik am Johann-Conrad-Schlaun-Gymnasium

Das Johann-Conrad-Schlaun-Gymnasium ist eines von 13 öffentlichen Gymnasien der Stadt Münster. Es liegt im Innenstadtbereich und hat eine entsprechend heterogene Schülerschaft, was den sozialen und kulturellen Hintergrund betrifft. Das Schlaungymnasium ist in der Sekundarstufe I zwei- bis dreizügig.

In die Einführungsphase der Sekundarstufe II werden regelmäßig Schülerinnen und Schüler umliegender Real- und Hauptschulen neu aufgenommen.

In der Regel werden in der Einführungsphase drei parallele Grundkurse eingerichtet, aus denen sich für die Q-Phase ein Leistungs- und zwei bis drei Grundkurse entwickeln.

Der Unterricht findet im 90-Minuten-Takt statt, die Kursblockung sieht grundsätzlich für Grundkurse eine, für Leistungskurse zwei Doppelstunden vor. Im zweiwöchigen Rhythmus findet eine weitere Doppelstunde statt.

Durch ein fachliches Förderprogramm im Rahmen des in der Einführungsphase stattfindenden Vertiefungskurses werden Schülerinnen und Schüler mit Übergangs- und Lernschwierigkeiten intensiv unterstützt.

Schülerinnen und Schüler aller Klassen- und Jahrgangsstufen werden zur Teilnahme an den vielfältigen Wettbewerben im Fach Mathematik angehalten und wo erforderlich begleitet.

Für den Fachunterricht aller Stufen besteht Konsens darüber, dass so oft wie möglich mathematische Fachinhalte mit Lebensweltbezug vermittelt werden, so dass in der Sekundarstufe II verlässlich darauf aufgebaut werden kann, dass die Verwendung von Kontexten im Mathematikunterricht bekannt ist.

In der Sekundarstufe I wird ab Klasse 7 die GeoGebra CAS-App auf den schülereigenen iPads verwendet, die auch dynamische Geometrie- sowie Tabellenkalkulationsprogramme umfasst. In der Sekundarstufe II kann deshalb davon ausgegangen werden, dass die Schülerinnen und Schüler mit den grundlegenden Möglichkeiten dieser digitalen Werkzeuge vertraut sind.

2 Entscheidungen zum Unterricht

2.1 Unterrichtsvorhaben

Die Darstellung der Unterrichtsvorhaben im schulinternen Lehrplan deckt alle im Kernlehrplan angeführten Kompetenzen ab. Dies entspricht der Verpflichtung jeder Lehrkraft, den Schülerinnen und Schülern Lerngelegenheiten zu ermöglichen, so dass alle Kompetenzerwartungen des Kernlehrplans von ihnen erfüllt werden können. Die entsprechende Umsetzung erfolgt auf zwei Ebenen: der Übersichts- und der Konkretisierungsebene.

Im Abschnitt „Übersichtsraster Unterrichtsvorhaben“ wird eine mögliche Verteilung der Unterrichtsvorhaben vorgeschlagen. Die zeitliche Abfolge der Unterrichtsvorhaben der Einführungsphase wird gegebenenfalls im Rahmen des Parallelunterrichts von den Lehrenden auf die Vorgaben zur Vergleichsklausur abgestimmt. Das Übersichtsraster dient dazu, den Kolleginnen und Kollegen einen schnellen Überblick über die Zuordnung der Unterrichtsvorhaben zu den einzelnen Jahrgangsstufen sowie den im Kernlehrplan genannten Kompetenzen, Inhaltsfeldern und inhaltlichen Schwerpunkten zu verschaffen.

Die konkretisierten Kompetenzerwartungen finden sich erst auf der Ebene konkretisierter Unterrichtsvorhaben. Der ausgewiesene Zeitbedarf versteht sich als grobe Orientierungsgröße, die nach Bedarf über- oder unterschritten werden kann. Um Spielraum für Vertiefungen, individuelle Förderung, besondere Schülerinteressen

oder aktuelle Themen zu erhalten, wurden im Rahmen dieses schulinternen Lehrplans ca. 80 Prozent der Bruttounterrichtszeit verplant.

Die Ausweisung „konkretisierter Unterrichtsvorhaben“ besitzt empfehlenden und vorläufigen Charakter und wird jeweils von den Lehrenden des Jahrgangs umgesetzt. Referendarinnen und Referendaren sowie neuen Kolleginnen und Kollegen dienen diese vor allem zur standardbezogenen Orientierung in der neuen Schule, aber auch zur Verdeutlichung von unterrichtsbezogenen fachgruppeninternen Absprachen zu didaktisch-methodischen Zugängen, fächerübergreifenden Kooperationen, Lernmitteln und -orten sowie vorgesehenen Leistungsüberprüfungen. Begründete Abweichungen von den vorgeschlagenen Vorgehensweisen bezüglich der konkretisierten Unterrichtsvorhaben sind im Rahmen der pädagogischen Freiheit der Lehrkräfte jederzeit möglich. Sicherzustellen bleibt allerdings auch hier, dass im Rahmen der Umsetzung der Unterrichtsvorhaben insgesamt alle prozess- und inhaltsbezogenen Kompetenzen des Kernlehrplans Berücksichtigung finden. Dies ist durch entsprechende Kommunikation innerhalb der Fachkonferenz zu gewährleisten. In der Qualifikationsphase enthalten das Übersichtsraster sowie die Konkretisierung der Unterrichtsvorhaben die Inhalte und Kompetenzen sowohl vom Grund- als auch vom Leistungskurs. Dabei sind die Themengebiete, die nur im Leistungskurs behandelt werden, stets mit gelben Kästchen markiert. Auf diese Weise erhalten Lehrerinnen und Lehrer aber auch Schülerinnen und Schüler einen guten Überblick über die Gemeinsamkeiten und Unterschiede in den beiden Kursarten.

Die zeitlichen Vorgaben bei den konkretisierten Unterrichtsvorhaben sind als grobe Richtwerte zu verstehen und bedürfen der Evaluation.

2.2 Einführungsphase

Übersicht über die Unterrichtsvorhaben

Die Kernlehrpläne betonen, dass eine umfassende mathematische Grundbildung im Mathematikunterricht erst durch die Vernetzung von Inhaltsfeldern und (prozessbezogenen) Kompetenzbereichen erreicht werden kann. Für den Mathematikunterricht besonders relevante Verknüpfungen werden dabei vom Kernlehrplan vorgegeben.

Übersichtsraster Unterrichtsvorhaben

| | | |
|--|---|---|
| <p><u>Unterrichtsvorhaben I:</u></p> <p>Thema: <i>Funktionen – Neues und Bekanntes</i></p> <p>Inhaltsfeld: Funktionen und Analysis</p> <p>Inhaltliche Schwerpunkte:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Funktionen: Lineare und quadratische Funktionen, Potenzfunktionen mit ganzzahligen Exponenten, trigonometrische Funktionen • Eigenschaften von Funktionen: Verlauf des Graphen, Definitionsbereich, Wertebereich, Nullstellen, Symmetrie, Verhalten für $x \rightarrow \pm\infty$ • Transformationen: Spiegelung an den Koordinatenachsen, Verschiebung, Streckung <p>Zeitbedarf: 20 Std.</p> | <p><u>Unterrichtsvorhaben II:</u></p> <p>Thema: <i>Ganzrationale Funktionen</i></p> <p>Inhaltsfeld: Funktionen und Analysis</p> <p>Inhaltliche Schwerpunkte:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Funktionen: Potenzfunktionen mit ganzzahligen Exponenten, ganzrationale Funktionen • Eigenschaften von Funktionen: Verlauf des Graphen, Definitionsbereich, Wertebereich, Nullstellen, Symmetrie, Verhalten für $x \rightarrow \pm\infty$ • Transformationen: Spiegelung an den Koordinatenachsen, Verschiebung, Streckung <p>Zeitbedarf: 14 Std.</p> | <p><u>Unterrichtsvorhaben III:</u></p> <p>Thema: <i>Ableitung</i></p> <p>Inhaltsfeld: Funktionen und Analysis</p> <p>Inhaltliche Schwerpunkte:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Grundverständnis des Ableitungsbegriffs: mittlere und lokale Änderungsrate, graphisches Ableiten, Sekante und Tangente • Differentialrechnung: Ableitungsregeln (Potenz-, Summen- und Faktorregel), Monotonie, Extrempunkte, lokale und globale Extrema, Krümmungsverhalten, Wendepunkte <p>Zeitbedarf: 18 Std.</p> |
| <p><u>Unterrichtsvorhaben IV:</u></p> <p>Thema: <i>Untersuchung von Funktionen</i></p> <p>Inhaltsfeld: Funktionen und Analysis</p> <p>Inhaltliche Schwerpunkte:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Differentialrechnung: Ableitungsregeln (Potenz-, Summen- und Faktorregel), Monotonie, Extrempunkte, lokale und globale Extrema, Krümmungsverhalten, Wendepunkte <p>Zeitbedarf: 20 Std.</p> | <p><u>Unterrichtsvorhaben V:</u></p> <p>Thema: <i>Vektoren</i></p> <p>Inhaltsfeld: Analytische Geometrie und Lineare Algebra</p> <p>Inhaltliche Schwerpunkte:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Koordinatisierungen des Raumes: Punkte, Ortsvektoren, Vektoren • Vektoroperationen: Addition, Multiplikation mit einem Skalar • Eigenschaften von Vektoren: Länge, Kollinearität <p>Zeitbedarf: 9 Std.</p> | <p><u>Unterrichtsvorhaben VI:</u></p> <p>Thema: <i>Geraden im Raum</i></p> <p>Inhaltsfeld: Analytische Geometrie und Lineare Algebra</p> <p>Inhaltliche Schwerpunkte:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Geraden und Strecken: Parameterform • Lagebeziehungen von Geraden: identisch, parallel, windschief, sich schneidend • Schnittpunkte: Geraden <p>Zeitbedarf: 15 Std.</p> |

Planungsgrundlage: 96 Ustd. (3 Stunden pro Woche, 32 Wochen)

2.2.1 Konkretisierte Unterrichtsvorhaben

| Zeitraum | Lambacher Schweizer EF – G9 | Inhaltsbezogene Kompetenzerwartungen | Prozessbezogene Kompetenzerwartungen | Klassenarbeit |
|------------------------------|---|---|--|---------------|
| (1 UE entspricht 45 Minuten) | Kapitel I Funktionen – Neues und Bekanntes | Die Schülerinnen und Schüler.... | Die Schülerinnen und Schüler.... | |
| | Erkundungen | | | |
| 2 UE | 1 Funktionen | Funktionen und Analysis (1) bestimmen die Eigenschaften von Potenzfunktionen mit ganzzahligen Exponenten und von ganzrationalen Funktionen (3) erkunden und systematisieren den Einfluss von Parametern im Funktionsterm auf die Eigenschaften der Funktion (quadratische Funktionen, Potenzfunktionen, Sinusfunktion) (4) wenden Transformationen bezüglich beider Achsen auf Funktionen (ganzrationale Funktionen, Sinusfunktion) an und deuten die zugehörigen Parameter | Operieren (2) übersetzen symbolische und formale Sprache in natürliche Sprache und umgekehrt (3) führen geeignete Rechenoperationen auf der Grundlage eines inhaltlichen Verständnisses durch (4) verwenden Basiswissen, mathematische Regeln und Gesetze sowie Algorithmen bei der Arbeit mit mathematischen Objekten (11) nutzen Mathematikwerkzeuge zum Darstellen, Berechnen, Kontrollieren und Präsentieren sowie zum Erkunden (12) verwenden im Unterricht ein modulares Mathematiksystem1 (MMS) zum ... - zielgerichteten Variieren von Parametern von Funktionen - Erstellen von Graphen und Wertetabellen von Funktionen Modellieren (1) erfassen und strukturieren zunehmend komplexe reale Situationen mit Blick auf eine konkrete Fragestellung (3) übersetzen zunehmend komplexe reale Situationen in mathematische Modelle (5) erarbeiten mithilfe mathematischer Kenntnisse und Fertigkeiten Lösungen innerhalb des mathematischen Modells (6) beziehen erarbeitete Lösungen wieder auf die reale Situation und interpretieren diese als Antwort auf die Fragestellung Problemlösen (7) setzen Routineverfahren auch hilfsmittelfrei zur Lösung ein (11) analysieren und reflektieren Ursachen von Fehlern Argumentieren (5) begründen Lösungswege und nutzen dabei mathematische Regeln und Sätze sowie sachlogische Argumente (7) nutzen verschiedene Argumentationsstrategien (Gegenbeispiel, direktes Schlussfolgern, Widerspruch) (12) beurteilen Argumentationsketten hinsichtlich ihres Geltungsbereichs und ihrer Übertragbarkeit Kommunizieren (2) beschreiben Beobachtungen, bekannte Lösungswege und Verfahren (12) nehmen zu mathemathikhaltigen, auch fehlerbehafteten, Aussagen und Darstellungen begründet und konstruktiv Stellung | |
| 4 UE | 2 Lineare und quadratische Funktionen | | | |
| 2 UE | 3 Potenzfunktionen mit natürlichen Exponenten | | | |
| 2 UE | 4 Potenzfunktionen mit negativen Exponenten | | | |
| 4 UE | 5 Transformationen | | | |
| 3 UE | 6 Trigonometrische Funktionen | | | |

| | | | | |
|------|--|--|--|--|
| 3 UE | Klausurtraining Rückblick Probeklausur | | | |
| | Exkursion: Umkehrfunktion | | | |

| Zeitraum | Lambacher Schweizer EF – G9 | Inhaltsbezogene Kompetenzerwartungen | prozessbezogene Kompetenzerwartungen | Klassenarbeit | |
|------------------------------|--|--|--|---------------|--|
| (1 UE entspricht 45 Minuten) | Kapitel II Ganzrationale Funktionen | Die Schülerinnen und Schüler.... | Die Schülerinnen und Schüler.... | | |
| | Erkundungen | | | | |
| 2 UE | 1 Ganzrationale Funktionen | Funktionen und Analysis (2) lösen Polynomgleichungen, die sich durch einfaches Ausklammern auf lineare oder quadratische Gleichungen zurückführen lassen, ohne Hilfsmittel (4) wenden Transformationen bezüglich beider Achsen auf Funktionen (ganzrationale Funktionen, Sinusfunktion) an und deuten die zugehörigen Parameter (18) nutzen an den unterschiedlichen Darstellungsformen einer Funktion ablesbare Eigenschaften als Argumente, um Lösungswege effizient zu gestalten (19) lösen innermathematische und anwendungsbezogene Problemstellungen mithilfe von ganzrationalen Funktionen | Operieren (2) übersetzen symbolische und formale Sprache in natürliche Sprache und umgekehrt (3) führen geeignete Rechenoperationen auf der Grundlage eines inhaltlichen Verständnisses durch (4) verwenden Basiswissen, mathematische Regeln und Gesetze sowie Algorithmen bei der Arbeit mit mathematischen Objekten (11) nutzen Mathematikwerkzeuge zum Darstellen, Berechnen, Kontrollieren und Präsentieren sowie zum Erkunden (12) verwenden im Unterricht ein modulares Mathematiksystem1 (MMS) zum ... - Lösen von Gleichungen und Gleichungssystemen auch abhängig von Parametern - zielgerichteten Variieren von Parametern von Funktionen - Erstellen von Graphen und Wertetabellen von Funktionen Modellieren (5) erarbeiten mithilfe mathematischer Kenntnisse und Fertigkeiten Lösungen innerhalb des mathematischen Modells (6) beziehen erarbeitete Lösungen wieder auf die reale Situation und interpretieren diese als Antwort auf die Fragestellung Problemlösen (5) nutzen heuristische Strategien und Prinzipien (Analogiebetrachtungen, Schätzen und Überschlagen, systematisches Probieren oder Ausschließen, Darstellungswechsel, Zerlegen und Ergänzen, Symmetrien verwenden, Invarianten finden, Zurückführen auf Bekanntes, Zerlegen in Teilprobleme, Fallunterscheidungen, Vorwärts- und Rückwärtsarbeiten, Spezialisieren und Verallgemeinern) (7) setzen Routineverfahren auch hilfsmittelfrei zur Lösung ein Argumentieren (5) begründen Lösungswege und nutzen dabei mathematische Regeln und Sätze sowie sachlogische Argumente (7) nutzen verschiedene Argumentationsstrategien (Gegenbeispiel, direktes Schlussfolgern, Widerspruch) (12) beurteilen Argumentationsketten hinsichtlich ihres Geltungsbereichs und ihrer Übertragbarkeit | | |
| 3 UE | 2 Grenzverhalten ganzrationaler Funktionen | | | | |
| 2 UE | 3 Symmetrie | | | | |
| 4 UE | 4 Nullstellen einer ganzrationalen Funktion | | | | |

| | | | | |
|------|---|--|--|--|
| 3 UE | Klausurtraining Rückblick Probeklausur | | | |
| | Exkursion: Polynomdivision und Linearfaktorzerlegung | | | |

| Zeitraum | Lambacher Schweizer EF – G9 | Inhaltsbezogene Kompetenzerwartungen | prozessbezogene Kompetenzerwartungen | Klassenarbeit |
|------------------------------|--|---|--|---------------|
| (1 UE entspricht 45 Minuten) | Kapitel III Ableitung | Die Schülerinnen und Schüler.... | Die Schülerinnen und Schüler.... | |
| | Erkundungen | | | |
| 2 UE | 1 Mittlere Änderungsrate - Differenzenquotient | Funktionen und Analysis (5) berechnen mittlere und lokale Änderungsraten und interpretieren sie im Sach-kontext (6) erläutern den Zusammenhang zwischen Geschwindigkeit und zurückgelegter Strecke anhand entsprechender Funktionsgraphen (7) erläutern qualitativ auf der Grundlage eines propädeutischen Grenzwertbegriffs an Beispielen den Übergang von der mittleren zur lokalen Änderungsrate und nutzen die Schreibweise $\lim_{x \rightarrow \dots} f(x)$ | Operieren (2) übersetzen symbolische und formale Sprache in natürliche Sprache und umgekehrt (3) führen geeignete Rechenoperationen auf der Grundlage eines inhaltlichen Verständnisses durch (4) verwenden Basiswissen, mathematische Regeln und Gesetze sowie Algorithmen bei der Arbeit mit mathematischen Objekten (10) recherchieren Informationen und Daten aus Medienangeboten (Printmedien, Internet und Formelsammlungen) und reflektieren diese kritisch (11) nutzen Mathematikwerkzeuge zum Darstellen, Berechnen, Kontrollieren und Präsentieren sowie zum Erkunden (12) verwenden im Unterricht ein modulares Mathematiksystem ¹ (MMS) zum ... - zielgerichteten Variieren von Parametern von Funktionen - Erstellen von Graphen und Wertetabellen von Funktionen - Ermitteln eines Funktionsterms der Ableitung einer Funktion auch abhängig von Parametern | |
| 4 UE | 2 Momentane Änderungsrate - Ableitung | (8) deuten die Ableitung an einer Stelle als lokale Änderungsrate sowie als Steigung der Tangente an den Graphen (9) bestimmen Sekanten-, Tangenten- sowie Normalensteigungen und berechnen Steigungswinkel (10) beschreiben und interpretieren Änderungsraten funktional (Ableitungsfunktion) | Modellieren (2) treffen begründet Annahmen und nehmen Vereinfachungen realer Situationen vor (3) übersetzen zunehmend komplexe reale Situationen in mathematische Modelle (5) erarbeiten mithilfe mathematischer Kenntnisse und Fertigkeiten Lösungen innerhalb des mathematischen Modells (6) beziehen erarbeitete Lösungen wieder auf die reale Situation und interpretieren diese als Antwort auf die Fragestellung (7) reflektieren die Abhängigkeit der Lösungen von den getroffenen Annahmen (8) benennen Grenzen aufgestellter mathematischer Modelle und vergleichen Modelle bzgl. der Angemessenheit | |
| 2 UE | 3 Die Ableitungsfunktion | (11) leiten Funktionen graphisch ab und entwickeln umgekehrt zum Graphen der Ableitungsfunktion einen passenden Funktionsgraphen (13) nutzen die Ableitungsregel für Potenzfunktionen mit natürlichem Exponenten (14) wenden die Summen- und Faktorregel an und beweisen eine dieser Ableitungsregeln | Problemlösen (5) nutzen heuristische Strategien und Prinzipien (Analogiebetrachtungen, Schätzen und Überschlagen, systematisches Probieren oder Ausschließen, | |

| | | | | |
|------|---|--|---|--|
| 3 UE | 4 Ableitungsregeln | | <p>Darstellungswechsel, Zerlegen und Ergänzen, Symmetrien verwenden, Invarianten finden, Zurückführen auf Bekanntes, Zerlegen in Teilprobleme, Fallunterscheidungen, Vorwärts- und Rückwärtsarbeiten, Spezialisieren und Verallgemeinern)</p> <p>(7) setzen Routineverfahren auch hilfsmittelfrei zur Lösung ein (11) analysieren und reflektieren Ursachen von Fehlern (12) vergleichen und beurteilen verschiedene Lösungswege und optimieren diese mit Blick auf Schlüssigkeit und Effizienz</p> <p>Argumentieren</p> <p>(3) präzisieren Vermutungen mithilfe von Fachbegriffen und unter Berücksichtigung der logischen Struktur (5) begründen Lösungswege und nutzen dabei mathematische Regeln und Sätze sowie sachlogische Argumente (6) entwickeln tragfähige Argumentationsketten durch die Verknüpfung von einzelnen Argumenten (7) nutzen verschiedene Argumentationsstrategien (Gegenbeispiel, direktes Schlussfolgern, Widerspruch) (12) beurteilen Argumentationsketten hinsichtlich ihres Geltungsbereichs und ihrer Übertragbarkeit</p> <p>Kommunizieren</p> <p>(2) beschreiben Beobachtungen, bekannte Lösungswege und Verfahren (9) dokumentieren und präsentieren Arbeitsschritte, Lösungswege und Argumentationen vollständig und kohärent</p> | |
| 4 UE | 5 Tangente und Normale | | | |
| 3 UE | Klausurtraining Rückblick Probeklausur | | | |
| | Exkursion: Der Brennpunkt einer Parabel | | | |

| Zeitraum | Lambacher Schweizer EF – G9 | Inhaltsbezogene Kompetenzerwartungen | prozessbezogene Kompetenzerwartungen | Klassenarbeit |
|------------------------------|---|---|---|---------------|
| (1 UE entspricht 45 Minuten) | Kapitel IV Untersuchung von Funktionen | Die Schülerinnen und Schüler.... | Die Schülerinnen und Schüler.... | |
| | Erkundungen | | | |
| 2 UE | 1 Monotonie | Funktionen und Analysis (12) beschreiben das Monotonieverhalten einer Funktion mithilfe der Ableitung (15) unterscheiden lokale und globale Extrema im Definitionsbereich | Operieren (2) übersetzen symbolische und formale Sprache in natürliche Sprache und umgekehrt (3) führen geeignete Rechenoperationen auf der Grundlage eines inhaltlichen Verständnisses durch (4) verwenden Basiswissen, mathematische Regeln und Gesetze sowie Algorithmen bei der Arbeit mit mathematischen Objekten (7) nutzen schematisierte und strategiegeleitete Verfahren und wählen diese situationsgerecht aus (11) nutzen Mathematikwerkzeuge zum Darstellen, Berechnen, Kontrollieren und Präsentieren sowie zum Erkunden (12) verwenden im Unterricht ein modulares Mathematiksystem ¹ (MMS) zum ... - Lösen von Gleichungen und Gleichungssystemen auch abhängig von Parametern - zielgerichteten Variieren von Parametern von Funktionen - Erstellen von Graphen und Wertetabellen von Funktionen Modellieren (5) erarbeiten mithilfe mathematischer Kenntnisse und Fertigkeiten Lösungen innerhalb des mathematischen Modells (6) beziehen erarbeitete Lösungen wieder auf die reale Situation und interpretieren diese als Antwort auf die Fragestellung Problemlösen (7) setzen Routineverfahren auch hilfsmittelfrei zur Lösung ein (11) analysieren und reflektieren Ursachen von Fehlern Argumentieren (3) präzisieren Vermutungen mithilfe von Fachbegriffen und unter Berücksichtigung der logischen Struktur (4) erläutern Zusammenhänge zwischen Fachbegriffen (5) begründen Lösungswege und nutzen dabei mathematische Regeln und Sätze sowie sachlogische Argumente (7) nutzen verschiedene Argumentationsstrategien (Gegenbeispiel, direktes Schlussfolgern, Widerspruch) (12) beurteilen Argumentationsketten hinsichtlich ihres Geltungsbereichs und ihrer Übertragbarkeit Kommunizieren (2) beschreiben Beobachtungen, bekannte Lösungswege und Verfahren (12) nehmen zu mathemathikhaltigen, auch fehlerbehafteten, Aussagen und Darstellungen begründet und konstruktiv Stellung | |
| 4 UE | 2 Extremstellen – Vorzeichenwechselkriterium | (16) verwenden das notwendige Kriterium und hinreichende Kriterien zur Bestimmung von Extrem- bzw. Wendepunkten (17) beschreiben das Krümmungsverhalten des Graphen einer Funktion mithilfe der 2. Ableitung (18) nutzen an den unterschiedlichen Darstellungsformen einer Funktion ablesbare Eigenschaften als Argumente, um Lösungswege effizient zu gestalten (19) lösen innermathematische und anwendungsbezogene Problemstellungen mithilfe von ganzrationalen Funktionen | | |
| 3 UE | 3 Extremstellen und zweite Ableitung | | | |
| 2 UE | 4 Krümmungsverhalten | | | |
| 2 UE | 5 Wendestellen | | | |
| 4 UE | 6 Differentialrechnung in Sachzusammenhängen | | | |

| | | | | |
|------|--|--|--|--|
| 3 UE | Klausurtraining Rückblick Probeklausur | | | |
| | Exkursion: Das Newton-Verfahren | | | |

| Zeitraum | Lambacher Schweizer EF – G9 | Inhaltsbezogene Kompetenzerwartungen | prozessbezogene Kompetenzerwartungen | Klassenarbeit |
|------------------------------|-------------------------------------|---|---|---------------|
| (1 UE entspricht 45 Minuten) | Kapitel V Vektoren | Die Schülerinnen und Schüler.... | Die Schülerinnen und Schüler.... | |
| | Erkundungen | | | |
| 2 UE | 1 Punkte und Figuren im Raum | Analytische Geometrie und Lineare Algebra (1) wählen geeignete kartesische Koordinatisierungen für die Bearbeitung eines geometrischen Sachverhalts in der Ebene und im Raum (2) stellen geometrische Objekte in einem räumlichen kartesischen Koordinaten-system dar (3) deuten Vektoren geometrisch als Verschiebungen und in bestimmten Sach-kontexten als Geschwindigkeit (4) berechnen Längen von Vektoren und Abstände zwischen Punkten mithilfe des Satzes des Pythagoras | Operieren (2) übersetzen symbolische und formale Sprache in natürliche Sprache und umgekehrt (3) führen geeignete Rechenoperationen auf der Grundlage eines inhaltlichen Verständnisses durch (4) verwenden Basiswissen, mathematische Regeln und Gesetze sowie Algorithmen bei der Arbeit mit mathematischen Objekten (6) führen verschiedene Lösungs- und Kontrollverfahren durch, vergleichen und bewerten diese (8) erstellen Skizzen geometrischer Situationen und wechseln zwischen Perspektiven (9) verwenden grundlegende Eigenschaften mathematischer Objekte zur Bearbeitung von Problemstellungen (11) nutzen Mathematikwerkzeuge zum Darstellen, Berechnen, Kontrollieren und Präsentieren sowie zum Erkunden (12) verwenden im Unterricht ein modulares Mathematiksystem ¹ (MMS) zum ... - Darstellen von geometrischen Situationen im Raum | |
| 2 UE | 2 Vektoren | (5) addieren Vektoren, multiplizieren Vektoren mit einem Skalar und untersuchen Vektoren auf Kollinearität (6) weisen Eigenschaften geometrischer Figuren mithilfe von Vektoren nach (10) untersuchen geometrische Situationen im Raum mithilfe digitaler Mathematikwerkzeuge | Modellieren (1) erfassen und strukturieren zunehmend komplexe reale Situationen mit Blick auf eine konkrete Fragestellung (2) treffen begründet Annahmen und nehmen Vereinfachungen realer Situationen vor (3) übersetzen zunehmend komplexe reale Situationen in mathematische Modelle (5) erarbeiten mithilfe mathematischer Kenntnisse und Fertigkeiten Lösungen innerhalb des mathematischen Modells (6) beziehen erarbeitete Lösungen wieder auf die reale Situation und interpretieren diese als Antwort auf die Fragestellung Problemlösen (5) nutzen heuristische Strategien und Prinzipien (Analogiebetrachtungen, Schätzen und Überschlagen, systematisches Probieren oder Ausschließen, Darstellungswechsel, Zerlegen und Ergänzen, Symmetrien verwenden, Invarianten | |

| | | | | |
|------|--|--|--|--|
| 2 UE | 3 Rechnen mit Vektoren | | <p>finden, Zurückführen auf Bekanntes, Zerlegen in Teilprobleme, Fallunterscheidungen, Vorwärts- und Rückwärtsarbeiten, Spezialisieren und Verallgemeinern)</p> <p>(7) setzen Routineverfahren auch hilfsmittelfrei zur Lösung ein</p> <p>Argumentieren</p> <p>(5) begründen Lösungswege und nutzen dabei mathematische Regeln und Sätze sowie sachlogische Argumente</p> <p>(6) entwickeln tragfähige Argumentationsketten durch die Verknüpfung von einzelnen Argumenten</p> <p>(7) nutzen verschiedene Argumentationsstrategien (Gegenbeispiel, direktes Schlussfolgern, Widerspruch)</p> <p>(12) beurteilen Argumentationsketten hinsichtlich ihres Geltungsbereichs und ihrer Übertragbarkeit</p> <p>Kommunizieren</p> <p>(2) beschreiben Beobachtungen, bekannte Lösungswege und Verfahren</p> <p>(12) nehmen zu mathemathhaltigen, auch fehlerbehafteten, Aussagen und Darstellungen begründet und konstruktiv Stellung</p> | |
| 3 UE | <p>Klausurtraining</p> <p>Rückblick</p> <p>Probeklausur</p> | | | |
| | <p>Exkursion: Mit dem Auto in die Kurve – Vektoren in Aktion</p> <p>Vektoren erklären, warum Brücken Parabeln sind</p> | | | |

| Zeitraum | Lambacher Schweizer EF – G9 | Inhaltsbezogene Kompetenzerwartungen | prozessbezogene Kompetenzerwartungen | Klassenarbeit | |
|------------------------------|---|---|--|---------------|--|
| (1 UE entspricht 45 Minuten) | Kapitel VI Geraden im Raum | Die Schülerinnen und Schüler.... | Die Schülerinnen und Schüler.... | | |
| | Erkundungen | | | | |
| 3 UE | 1 Geraden im Raum | Analytische Geometrie und Lineare Algebra (1) wählen geeignete kartesische Koordinatisierungen für die Bearbeitung eines geometrischen Sachverhalts in der Ebene und im Raum (2) stellen geometrische Objekte in einem räumlichen kartesischen Koordinaten-system dar (3) deuten Vektoren geometrisch als Verschiebungen und in bestimmten Sach-kontexten als Geschwindigkeit (5) addieren Vektoren, multiplizieren Vektoren mit einem Skalar und untersuchen Vektoren auf Kollinearität (7) stellen Geraden und Strecken in Parameterform dar (8) interpretieren Parameter von Geradengleichungen im Sachkontext, (9) untersuchen Lagebeziehungen von Geraden (10) untersuchen geometrische Situationen im Raum mithilfe digitaler Mathematik-werkzeuge (11) nutzen Eigenschaften von Vektoren und Parametergleichungen von Geraden beim Lösen von innermathematischen und anwendungsbezogenen Problemstellungen (12) lösen lineare Gleichungssysteme im Zusammenhang von Lagebeziehungen von Geraden und interpretieren die jeweilige Lösungsmenge | Operieren (2) übersetzen symbolische und formale Sprache in natürliche Sprache und umgekehrt (3) führen geeignete Rechenoperationen auf der Grundlage eines inhaltlichen Verständnisses durch (4) verwenden Basiswissen, mathematische Regeln und Gesetze sowie Algorithmen bei der Arbeit mit mathematischen Objekten (7) nutzen schematisierte und strategiegeleitete Verfahren und wählen diese situationsgerecht aus (11) nutzen Mathematikwerkzeuge zum Darstellen, Berechnen, Kontrollieren und Präsentieren sowie zum Erkunden (12) verwenden im Unterricht ein modulares Mathematiksystem ¹ (MMS) zum ... - Lösen von Gleichungen und Gleichungssystemen auch abhängig von Parametern Modellieren (2) treffen begründet Annahmen und nehmen Vereinfachungen realer Situationen vor (5) erarbeiten mithilfe mathematischer Kenntnisse und Fertigkeiten Lösungen innerhalb des mathematischen Modells (6) beziehen erarbeitete Lösungen wieder auf die reale Situation und interpretieren diese als Antwort auf die Fragestellung (8) benennen Grenzen aufgestellter mathematischer Modelle und vergleichen Modelle bzgl. der Angemessenheit Problemlösen (7) setzen Routineverfahren auch hilfsmittelfrei zur Lösung ein (11) analysieren und reflektieren Ursachen von Fehlern Argumentieren (3) präzisieren Vermutungen mithilfe von Fachbegriffen und unter Berücksichtigung der logischen Struktur begründen Lösungswege und nutzen dabei mathematische Regeln und Sätze sowie sachlogische Argumente (12) beurteilen Argumentationsketten hinsichtlich ihres Geltungsbereichs und ihrer Übertragbarkeit Kommunizieren (2) beschreiben Beobachtungen, bekannte Lösungswege und Verfahren (12) nehmen zu mathematikhaltigen, auch fehlerbehafteten, Aussagen und Darstellungen begründet und konstruktiv Stellung | | |
| 2 UE | 2 Eine Gerade – mehrere Gleichungen | | | | |
| 4 UE | 3 Gegenseitige Lage von Geraden | | | | |
| 3 UE | 4 Modellieren von Bewegungen durch Geraden | | | | |

| | | | | |
|------|---|--|--|--|
| 3 UE | Klausurtraining Rückblick Probeklausur | | | |
| | Exkursion: Abstandsprobleme bei Bewegungsaufgaben – ein Minimalproblem | | | |

2.3 Qualifikationsphase

Übersichtsraster Unterrichtsvorhaben

Hellgelb hinterlegte Felder sind nur für den Leistungskurs (LK) relevant

| | |
|--|--|
| <p><u>Unterrichtsvorhaben I:</u></p> <p>Thema: Fortsetzung der Differenzialrechnung</p> <p>Inhaltsfeld: Funktionen und Analysis</p> <p>Inhaltliche Schwerpunkte:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Funktionen: ganzrationale Funktionen • Eigenschaften von Funktionen: Verlauf des Graphen, Definitionsbereich, Wertebereich, Nullstellen, Symmetrie, Verhalten für $x \rightarrow \pm\infty$ • Fortführung der Differentialrechnung: Extremwertprobleme, Rekonstruktion von Funktionstermen („Steckbriefaufgaben“) <p>• Fortführung der Differentialrechnung: Funktionsscharen</p> <p>Zeitbedarf: GK: 27 Std. – LK: 30 Std.</p> | <p><u>Unterrichtsvorhaben II:</u></p> <p>Thema: Integralrechnung</p> <p>Inhaltsfeld: Funktionen und Analysis</p> <p>Inhaltliche Schwerpunkte:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Integralrechnung: Produktsomme, orientierte Fläche, Bestandsfunktion, Integralfunktion, Stammfunktion, bestimmtes Integral, Hauptsatz der Differential- und Integralrechnung <p>Zeitbedarf: GK: 24 Std. – LK: 35 Std.</p> |
| <p><u>Unterrichtsvorhaben III:</u></p> <p>Thema: Exponentialfunktionen</p> <p>Inhaltsfeld: Funktionen und Analysis</p> <p>Inhaltliche Schwerpunkte:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Funktionen: Exponentialfunktionen • Eigenschaften von Funktionen: Verlauf des Graphen, Definitionsbereich, Wertebereich, Nullstellen, Symmetrie, Verhalten für $x \rightarrow \pm\infty$ <p>• Fortführung der Differentialrechnung: Funktionsscharen</p> <p>Zeitbedarf: GK: 21 Std. – LK: 25 Std.</p> | <p><u>Unterrichtsvorhaben IV:</u></p> <p>Thema: Weitere Funktionen</p> <p>Inhaltsfeld: Funktionen und Analysis</p> <p>Inhaltliche Schwerpunkte:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Funktionen: ganzrationale Funktionen, Exponentialfunktionen • Eigenschaften von Funktionen: Verlauf des Graphen, Definitionsbereich, Wertebereich, Nullstellen, Symmetrie, Verhalten für $x \rightarrow \pm\infty$ • Fortführung der Differentialrechnung: Produktregel, Extremwertprobleme, Rekonstruktion von Funktionstermen („Steckbriefaufgaben“) <p>• Funktionen: Sinusfunktionen der Form $f(x)=a \sin(bx+c)+d$ und entsprechende Kosinusfunktion</p> <p>• Fortführung der Differentialrechnung: Kettenregel, Funktionsscharen</p> <p>Zeitbedarf: GK: 18 Std. – LK: 25 Std.</p> |

| | |
|--|--|
| <p><u>Unterrichtsvorhaben V:</u></p> <p>Thema: Vektoren, Geraden und Winkel</p> <p>Inhaltsfeld: Analytische Geometrie und Lineare Algebra</p> <p>Inhaltliche Schwerpunkte</p> <ul style="list-style-type: none"> • Vektoroperation: Skalarprodukt • Schnittwinkel: Geraden <p>Zeitbedarf: GK: 15 Std. – LK: 15 Std.</p> | <p><u>Unterrichtsvorhaben VI:</u></p> <p>Thema: Ebenen</p> <p>Inhaltsfeld: Analytische Geometrie und Lineare Algebra</p> <p>Inhaltliche Schwerpunkte:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Ebenen: Parameterform, Koordinatenform, Normalenvektor • Schnittwinkel: Geraden, Geraden und Ebenen, Ebenen • Schnittpunkte: Geraden und Ebenen • Lineare Gleichungssysteme <p>Zeitbedarf: GK: 21 Std. – LK: 25 Std.</p> |
| <p><u>Unterrichtsvorhaben VII:</u></p> <p>Thema: Lagebeziehungen und Abstandsberechnungen</p> <p>Inhaltsfeld: Analytische Geometrie und Lineare Algebra</p> <p>Inhaltliche Schwerpunkte:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Lagebeziehungen und Abstände: Punkte, Geraden, Ebenen (alle Kombinationen) <p>Zeitbedarf: 30 Std.</p> | <p><u>Unterrichtsvorhaben VIII:</u></p> <p>Thema: Statistik und Wahrscheinlichkeit</p> <p>Inhaltsfeld: Stochastik</p> <p>Inhaltliche Schwerpunkte:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Mehrstufige Zufallsexperimente: Urnenmodelle, Baumdiagramme, Vierfeldertafeln, bedingte Wahrscheinlichkeiten, Pfadregeln • Kenngrößen: Erwartungswert, Varianz, Standardabweichung • Diskrete Zufallsgrößen: Wahrscheinlichkeitsverteilungen, Kenngrößen <p>Zeitbedarf: GK: 30 Std. – LK: 30 Std.</p> |

| | |
|--|--|
| <p><u>Unterrichtsvorhaben IX:</u></p> <p>Thema: Binomialverteilung</p> <p>Inhaltsfeld: Stochastik</p> <p>Inhaltliche Schwerpunkte:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Diskrete Zufallsgrößen: Wahrscheinlichkeitsverteilungen, Kenngrößen • Binomialverteilung: Kenngrößen, Histogramme | <p><u>Unterrichtsvorhaben X:</u></p> <p>Thema: Prognoseintervalle - Konfidenzintervalle - Normalverteilung</p> <p>Inhaltsfeld: Stochastik</p> <p>Inhaltliche Schwerpunkte:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Binomialverteilung: σ-Regeln • Beurteilende Statistik: Prognoseintervall, Konfidenzintervall, Stichprobenumfang • Normalverteilung: Dichtefunktion („Gauß'sche Glockenkurve“), Parameter μ und σ, Graph der Verteilungsfunktion |
| <ul style="list-style-type: none"> • Binomialverteilung: Binomialkoeffizient | |
| <p>Zeitbedarf: GK: 21 Std. – LK: 25 Std.</p> | <p>Zeitbedarf: 25 Std.</p> |

Planungsgrundlage: GK: 177 Ustd. (3 Stunden pro Woche, 59 Wochen)
LK: 265 Ustd. (5 Stunden pro Woche, 53 Wochen)

Konkretisierte Unterrichtsvorhaben

| Zeitraum | Lambacher Schweizer QP – G9 LK / GK | Inhaltsbezogene Kompetenzerwartungen (LK) | Inhaltsbezogene Kompetenzerwartungen (GK) | prozessbezogene Kompetenzerwartungen |
|------------------------------|---|---|--|---|
| (1 UE entspricht 45 Minuten) | Kapitel I Fortsetzung der Differenzialrechnung | Die Schülerinnen und Schüler... | Die Schülerinnen und Schüler... | Die Schülerinnen und Schüler... |
| | Erkundungen | | | |
| 3 UE | 1 Wiederholung: Funktionen untersuchen | Funktionen und Analysis (1) lösen biquadratische Gleichungen auch ohne Hilfsmittel (2) führen Extremwertprobleme durch Kombination mit Nebenbedingungen auf Funktionen einer Variablen zurück und lösen diese (3) nutzen die Eigenschaften von ganzrationalen Funktionen (...) sowie der Transformationen dieser Funktionen zur Beantwortung von Fragestellungen (4) bestimmen Parameter einer Funktion mithilfe von Bedingungen, die sich aus dem Kontext ergeben (5) interpretieren Parameter von Funktionen im Kontext der Fragestellung und untersuchen ihren Einfluss auf Eigenschaften von Funktionsscharen (6) bilden ohne Hilfsmittel die Ableitungen von ganzrationalen Funktionen, (...) sowie von Potenzfunktionen mit rationalem Exponenten (...) (7) untersuchen Funktionen auch in Abhängigkeit von Parametern mithilfe von vorgegebenen und mit dem MMS ermittelten Ableitungen (...) im Kontext der Fragestellung (8) deuten die Ableitung mithilfe der Approximation durch lineare Funktionen (23) lösen innermathematische und anwendungsbezogene Problemstellungen mithilfe von ganzrationalen Funktionen, (...) | Funktionen und Analysis (1) führen Extremwertprobleme durch Kombination mit Nebenbedingungen auf Funktionen einer Variablen zurück und lösen diese (2) nutzen die Eigenschaften von ganzrationalen Funktionen, (...) sowie der Transformationen dieser Funktionen zur Beantwortung von Fragestellungen (3) bestimmen Parameter einer Funktion mithilfe von Bedingungen, die sich aus dem Kontext ergeben (4) erläutern den Begriff der Umkehrfunktion am Beispiel der Wurzelfunktion unter Berücksichtigung des Graphen sowie des Definitions- und des Wertebereichs (5) bilden ohne Hilfsmittel die Ableitungen von ganzrationalen Funktionen (...) sowie der Potenzfunktionen \sqrt{x} und $\frac{1}{x}$ (...) (7) untersuchen Funktionen auch in Abhängigkeit von Parametern mithilfe von vorgegebenen und mit dem MMS ermittelten Ableitungen im Kontext der Fragestellung (20) lösen innermathematische und anwendungsbezogene Problemstellungen mithilfe von ganzrationalen Funktionen (...) | Ope-12 verwenden im Unterricht ein modulares Mathematiksystem (MMS) zum ... – zielgerichtetes Variieren von Parametern von Funktionen – Erstellen von Graphen und Wertetabellen von Funktionen – Ermitteln eines Funktionsterms der Ableitung einer Funktion auch abhängig von Parametern Ope-13 entscheiden situationsangemessen über den Einsatz mathematischer Hilfsmittel und digitaler Mathematikwerkzeuge und wählen diese begründet aus Mod-1 erfassen und strukturieren zunehmend komplexe reale Situationen mit Blick auf eine konkrete Fragestellung Mod-2 treffen begründet Annahmen und nehmen Vereinfachungen realer Situationen vor Mod-3 übersetzen zunehmend komplexe Mod-4 ordnen einem mathematischen Modell passende reale Situationen zu Mod-5 erarbeiten mithilfe mathematischer Kenntnisse und Fertigkeiten Lösungen innerhalb des mathematischen Modells Mod-6 beziehen erarbeitete Lösungen wieder auf die reale Situation und interpretieren diese als Antwort auf die Fragestellung Mod-7 reflektieren die Abhängigkeit der Lösungen von den getroffenen Annahmen Mod-8 benennen Grenzen aufgestellter mathematischer Modelle und vergleichen Modelle bzgl. der Angemessenheit Mod-9 verbessern aufgestellte Modelle mit Blick auf die Fragestellung Pro-8 berücksichtigen einschränkende Bedingungen |
| 3 UE | 2 Substitution | | | |
| 4 UE | 3 Extremwertprobleme mit Nebenbedingungen | | | |
| 4 UE | 4 Ganzrationale Funktionen bestimmen | | | |
| 5 UE | 5 Funktionen mit Parametern untersuchen | | | |
| 4 UE | 6 Die Wurzelfunktion als Umkehrfunktion | | | |
| 4 UE | 7 Potenzfunktionen ableiten | | | |

| | | | | |
|------|---|--|--|--|
| 3 UE | Klausurtraining Rückblick Probeklausur | | | |
| | Exkursion: | | | |

Vorhabenbezogene Absprachen und Empfehlungen

Extremwertprobleme:

Das Aufstellen der Funktionsgleichungen fördert Problemlösestrategien. Die Lernenden sollten deshalb hinreichend Zeit bekommen, mit Methoden des kooperativen Lernens selbstständig zu Zielfunktionen zu kommen und dabei unterschiedliche Lösungswege zu entwickeln.

An mindestens einem Problem entdecken die Schülerinnen und Schüler die Notwendigkeit, Randextrema zu betrachten (z. B. „Glasscheibe“ oder verschiedene Varianten des „Hühnerhofs“).

Ein Verpackungsproblem (Dose oder Milchtüte) wird unter dem Aspekt der Modellvalidierung/Modellkritik und Modellvariation untersucht.

Ganzrationale Funktionen bestimmen:

Anknüpfend an die Einführungsphase werden an Beispielen in unterschiedlichen Kontexten (z. B. Fotos von Brücken, Gebäuden, Flugbahnen) die Parameter ganzrationaler Funktionen angepasst. Anschließend werden aus gegebenen Punkten Gleichungssysteme für die Parameter der Normalform aufgestellt.

Designobjekte oder architektonische Formen können zum Anlass genommen werden, die Funktionsklassen zur Modellierung auf ganzrationale Funktionen 3. oder 4. Grades zu erweitern und über gegebene Punkte, Symmetrieüberlegungen und Bedingungen an die Ableitung Gleichungen zur Bestimmung der Parameter aufzustellen. Zum Abschluss bietet sich eine offene Unterrichtsform (z. B. Lerntheke) an.

Im Zusammenhang mit unterschiedlichen Kontexten werden aus gegebenen Eigenschaften (Punkten, Symmetrieüberlegungen, Bedingungen an die 1. und 2. Ableitung) Gleichungssysteme für die Parameter ganzrationaler Funktionen entwickelt.

Schülerinnen und Schüler erhalten Gelegenheit, über Grundannahmen der Modellierung (Grad der Funktion, Symmetrie, Lage im Koordinatensystem, Ausschnitt) selbst zu entscheiden, deren Angemessenheit zu reflektieren und ggf. Veränderungen vorzunehmen.

| Zeitraum | Lambacher Schweizer QP – G9 LK / GK | Inhaltsbezogene Kompetenzerwartungen (LK) | Inhaltsbezogene Kompetenzerwartungen (GK) | prozessbezogene Kompetenzerwartungen |
|------------------------------|---|---|---|---|
| (1 UE entspricht 45 Minuten) | Kapitel II Integralrechnung | Die Schülerinnen und Schüler... | Die Schülerinnen und Schüler... | Die Schülerinnen und Schüler... |
| | Erkundungen | Funktionen und Analysis | Funktionen und Analysis | |
| 4 UE | 1 Rekonstruktion einer Größe | (7) untersuchen Funktionen auch in Abhängigkeit von Parametern mithilfe von vorgegebenen und mit dem MMS ermittelten Ableitungen und unbestimmten Integralen („Stammfunktionen“) im Kontext der Fragestellung | (7) untersuchen Funktionen auch in Abhängigkeit von Parametern mithilfe von vorgegebenen und mit dem MMS ermittelten Ableitungen im Kontext der Fragestellung | Ope-3 führen geeignete Rechenoperationen auf der Grundlage eines inhaltlichen Verständnisses durch Ope-4 verwenden Basiswissen, mathematische Regeln und Gesetze sowie Algorithmen bei der Arbeit mit mathematischen Objekten |
| 4 UE | 2 Das Integral | (14) interpretieren Produktschritte im Sachkontext als Rekonstruktion des Gesamtbestandes oder Gesamteffektes einer Größe | (11) interpretieren Produktschritte im Sachkontext als Rekonstruktion des Gesamtbestandes oder Gesamteffektes einer Größe | Ope-12 verwenden im Unterricht ein modulares Mathematikssystem (MMS) zum ... – Ermitteln bestimmter und unbestimmter Integrale auch abhängig von Parametern |
| 3 UE | 3 Der Hauptsatz der Differential- und Integralrechnung | (15) deuten die Inhalte von orientierten Flächen im Kontext der Fragestellung (16) skizzieren zum Graphen einer gegebenen Randfunktion den Graphen der zugehörigen Flächeninhaltsfunktion | (12) deuten die Inhalte von orientierten Flächen im Kontext der Fragestellung (13) skizzieren zum Graphen einer gegebenen Randfunktion den Graphen der zugehörigen Flächeninhaltsfunktion | Mod-1 erfassen und strukturieren zunehmend komplexe reale Situationen mit Blick auf eine konkrete Fragestellung Mod-2 treffen begründet Annahmen und nehmen Vereinfachungen realer Situationen vor |
| 4 UE | 4 Regeln zur Bestimmung von Stammfunktionen | (17) erläutern und vollziehen an geeigneten Beispielen den Übergang von der Produktsumme zum Integral auf der Grundlage eines propädeutischen Grenzwertbegriffs | (14) erläutern und vollziehen an geeigneten Beispielen den Übergang von der Produktsumme zum Integral auf der Grundlage eines propädeutischen Grenzwertbegriffs | Mod-3 übersetzen zunehmend komplexe Mod-4 ordnen einem mathematischen Modell passende reale Situationen zu Mod-5 erarbeiten mithilfe mathematischer Kenntnisse und Fertigkeiten Lösungen innerhalb des mathematischen Modells |
| 5 UE | 5 Integral und Flächeninhalt | (18) begründen den Hauptsatz der Differential- und Integralrechnung unter Verwendung eines anschaulichen Stetigkeitsbegriffs und wenden den Hauptsatz an (19) bestimmen ohne Hilfsmittel Stammfunktionen ganzrationaler Funktionen, nutzen vorgegebene Stammfunktionen (...) | (15) erläutern geometrisch-anschaulich den Hauptsatz der Differential- und Integralrechnung und wenden ihn an (16) nutzen vorgegebene Stammfunktionen und bestimmen ohne Hilfsmittel Stammfunktionen ganzrationaler Funktionen | |
| 5 UE | LK 6 Unbegrenzte Flächen - Uneigentliche Integrale | (20) nutzen die Intervalladditivität und Linearität von Integralen | (17) nutzen die Intervalladditivität und Linearität von Integralen | |
| 6 UE | LK 7 Volumen von Rotationskörpern | (21) ermitteln den Gesamtbestand oder Gesamteffekt einer Größe aus der Änderungsrate oder der Randfunktion (22) ermitteln Flächeninhalte mithilfe von bestimmten Integralen und uneigentlichen Integralen sowie Volumina von Körpern, die | (18) ermitteln den Gesamtbestand oder Gesamteffekt einer Größe aus der Änderungsrate oder der Randfunktion (19) ermitteln Flächeninhalte mithilfe von bestimmten Integralen | |

| | | | | |
|------|--|--|--|--|
| | | durch die Rotation um die Abszisse entstehen | | |
| 4 UE | Klausurtraining Rückblick Probeklausur | | | |
| | Exkursion: | | | |

Vorhabenbezogene Absprachen und Empfehlungen

■ Hinweis: Auch im Leistungskurs bilden eigene anschauliche Erfahrungen ein gutes Fundament für den weiteren Begriffsaufbau. Deshalb hat sich die Fachkonferenz für einen ähnlichen Einstieg in die Integralrechnung im Leistungskurs entschieden wie im Grundkurs. Er unterscheidet sich allenfalls durch etwas komplexere Aufgaben von der Einführung im Grundkurs.

Rekonstruieren einer Größe:

Das Integral wird zum einen zur Bestimmung von Flächeninhalten und zum anderen zur Bestimmung des ursprünglichen Bestandes als Umkehrung der Ableitung genutzt. Die Reihenfolge wird hierbei nicht explizit vorgegeben. Das Thema ist somit komplementär zur Einführung der Änderungsraten. Deshalb sollten hier Kontexte, die schon dort genutzt wurden, wieder aufgegriffen werden (Geschwindigkeit – Weg, Zuflussrate von Wasser – Wassermenge).

Der Einstieg kann über eine arbeitsteilige Gruppenarbeit erfolgen, in der sich die Schülerinnen und Schüler selbstständig eine Breite an Kontexten, in denen von einer Änderungsrate auf den Bestand geschlossen wird, erarbeiten.

Schülerinnen und Schüler sollen hier entdecken, dass die Bestandsfunktion eine Stammfunktion der Änderungsrate ist.

Die Graphen der Änderungsrate und der Bestandsfunktion können die Schülerinnen und Schüler mit Hilfe einer Tabellenkalkulation und eines Funktionenplotters gewinnen, vergleichen und Beziehungen zwischen diesen herstellen (GTR).

Hauptsatz der Differenzial- und Integralrechnung / Regeln zur Bestimmung von Stammfunktionen:

Der Zusammenhang zwischen einer integrierbaren Funktion und einer zugehörigen Stammfunktion wird im Hauptsatz der Differential- und Integralrechnung formuliert (ggf. auch im Lehrervortrag).

Die Regeln zur Bildung von Stammfunktionen werden von den Schülerinnen und Schülern durch Rückwärtsanwenden der bekannten Ableitungsregeln selbstständig erarbeitet. (z. B. durch ein sog. Funktionendominio)

Hier bieten sich Möglichkeiten zur inneren Differenzierung: Exemplarische Einschachtelung mit Ober- und Untersummen, formale Grenzwertbetrachtung.

Integral und Flächeninhalt:

Bei der Berechnung von Flächeninhalten werden verschiedene Integralregeln erarbeitet sowie das Integral über die Differenzfunktion (bei der Berechnung von Flächen zwischen Kurven) betrachtet. Bei der Berechnung der Flächeninhalte zwischen Graphen werden die Schnittstellen in der Regel numerisch mit dem GTR bestimmt.

■ Bei der Berechnung der Volumina wird stark auf Analogien zur Flächenberechnung verwiesen. (Gedanklich wird mit einem „Eierschneider“ der Rotationskörper in berechenbare Zylinder zerlegt, analog den Rechtecken oder Trapezen bei der Flächenberechnung. Auch die jeweiligen Summenformeln weisen Entsprechungen auf.)

Mit der **Mittelwertberechnung** kann bei entsprechend zur Verfügung stehender Zeit (über den Kernlehrplan hinausgehend) noch eine weitere wichtige Grundvorstellung des Integrals erarbeitet werden. Hier bieten sich Vernetzungen mit dem Inhaltsfeld Stochastik an.

Umfangreichere Übungsaufgaben sollten am Ende des Unterrichtsvorhabens bearbeitet werden, um Vernetzungen mit den Kompetenzen der bisherigen Unterrichtsvorhaben (Funktionsuntersuchungen, Aufstellen von Funktionen aus Bedingungen) herzustellen.

| Zeitraum | Lambacher Schweizer QP – G9 LK / GK | Inhaltsbezogene Kompetenzerwartungen (LK) | Inhaltsbezogene Kompetenzerwartungen (GK) | prozessbezogene Kompetenzerwartungen |
|------------------------------|--|--|---|--|
| (1 UE entspricht 45 Minuten) | Kapitel III Exponentialfunktionen | Die Schülerinnen und Schüler. | Die Schülerinnen und Schüler... | Die Schülerinnen und Schüler... |
| | Erkundungen | | | |
| 4 UE | 1 Wiederholung: Exponentialfunktionen | Funktionen und Analysis (3) nutzen die Eigenschaften von ganzrationalen Funktionen, Exponentialfunktionen, (...), der natürlichen Logarithmusfunktion und von Potenzfunktionen mit rationalem Exponenten sowie der Transformationen dieser Funktionen zur Beantwortung von Fragestellungen | Funktionen und Analysis (2) nutzen die Eigenschaften von ganzrationalen Funktionen, Exponentialfunktionen, (...), der Potenzfunktionen \sqrt{x} und $\frac{1}{x}$ sowie der Transformationen dieser Funktionen zur Beantwortung von Fragestellungen | Ope-12 verwenden im Unterricht ein modulares Mathematiksystem (MMS) zum ... – zielgerichteten Variieren von Parametern von Funktionen – Erstellen von Graphen und Wertetabellen von Funktionen – Ermitteln eines Funktionsterms der Ableitung einer Funktion auch abhängig von Parametern |
| 3 UE | 2 Die natürliche Exponentialfunktion und ihre Ableitung | (6) bilden ohne Hilfsmittel die Ableitungen von (...), Exponentialfunktionen, der natürlichen Logarithmusfunktion (...) | (5) bilden ohne Hilfsmittel die Ableitungen von (...) der natürlichen Exponentialfunktion (...) | Ope-13 entscheiden situationsangemessen über den Einsatz mathematischer Hilfsmittel und digitaler Mathematikwerkzeuge und wählen diese begründet aus |
| 3 UE | 3 Ableitung transformierter Exponentialfunktionen | (10) beschreiben die Eigenschaften von Exponentialfunktionen der Form a^x und erläutern die Besonderheit der natürlichen Exponentialfunktion ($f'=f$) (11) verwenden Exponentialfunktionen zur Beschreibung von begrenzten und unbegrenzten Wachstums- und Zerfallsvorgängen und beurteilen die Qualität der Modellierung | (6) wenden die Kettenregel auf Verknüpfungen der natürlichen Exponentialfunktion mit linearen Funktionen an (9) beschreiben die Eigenschaften von Exponentialfunktionen der Form a^x und erläutern die Besonderheit der natürlichen Exponentialfunktion ($f'=f$) | Mod-1 erfassen und strukturieren zunehmend komplexe reale Situationen mit Blick auf eine konkrete Fragestellung Mod-2 treffen begründet Annahmen und nehmen Vereinfachungen realer Situationen vor Mod-3 übersetzen zunehmend komplexe reale Situationen in mathematische Modelle |
| 4 UE | 4 Exponentielles Wachstum | (12) untersuchen ausgewählte Funktionen, insbesondere die natürliche Exponential- und Logarithmusfunktion, auf Umkehrbarkeit und ermitteln in einfachen Fällen einen Funktionsterm der Umkehrfunktion unter Berücksichtigung von Definitions- und Wertebereich | (10) verwenden Exponentialfunktionen zur Beschreibung von begrenzten und unbegrenzten Wachstums- und Zerfallsvorgängen und beurteilen die Qualität der Modellierung | Mod-4 ordnen einem mathematischen Modell passende reale Situationen zu Mod-5 erarbeiten mithilfe mathematischer Kenntnisse und Fertigkeiten Lösungen innerhalb des mathematischen Modells |
| 4 UE | 5 Begrenzttes Wachstum | (13) erläutern den Zusammenhang zwischen dem Graphen einer Funktion und dem Graphen seiner Umkehrfunktion | (20) lösen innermathematische und anwendungsbezogene Problemstellungen mithilfe von ganzrationalen Funktionen, der natürlichen Exponentialfunktion und daraus zusammengesetzten Funktionen | Mod-6 beziehen erarbeitete Lösungen wieder auf die reale Situation und interpretieren diese als Antwort auf die Fragestellung Mod-7 reflektieren die Abhängigkeit der Lösungen von den getroffenen Annahmen Mod-8 benennen Grenzen aufgestellter mathematischer Modelle und vergleichen Modelle bzgl. der Angemessenheit |

| | | | | |
|------|--|--|--|--|
| 4 UE | LK 6 Logarithmusfunktion und Umkehrfunktion | (23) lösen innermathematische und anwendungsbezogene Problemstellungen mithilfe von ganzrationalen Funktionen, Exponentialfunktionen und daraus zusammengesetzten Funktionen (...) | | Mod-9 verbessern aufgestellte Modelle mit Blick auf die Fragestellung Pro-4 erkennen Muster und Beziehungen und generieren daraus Vermutungen |
| 3 UE | Klausurtraining Rückblick Probeklausur | | | |
| | Exkursion: | | | |

Vorhabenbezogene Absprachen und Empfehlungen

Zu Beginn des Unterrichtsvorhabens sollte eine Auffrischung der bereits in der Einführungsphase erworbenen Kompetenzen zu Exponentialfunktionen durch eine arbeitsteilige Untersuchung verschiedener Kontexte z. B. in Gruppenarbeit mit Präsentation stehen (im Hinblick auf Wachstums- und Zerfallsprozesse).

Im Anschluss werden die Eigenschaften einer allgemeinen Exponentialfunktion zusammengestellt. Der GTR unterstützt dabei die Klärung der Bedeutung der verschiedenen Parameter und die Veränderungen durch Transformationen.

Insbesondere stellen die Schülerinnen und Schüler bei der Betrachtung sachbezogener Fragestellungen aus Startwert und Wachstumsfaktor Funktionsgleichungen auf, berechnen Anzahlen (Funktionswerte) und berechnen zu gegebener Anzahl (Funktionswert) den zugehörigen Zeitpunkt (Stelle).

Die Frage nach der Ableitung an einer Stelle führt zu einer vertiefenden Betrachtung des Übergangs von der durchschnittlichen zur momentanen Änderungsrate.

Dazu könnten sie eine Wertetabelle des Differenzenquotienten aufstellen, die sie immer weiter verfeinern oder in der Grafik ihres GTR experimentieren, indem sie Tangenten an verschiedenen Stellen an die Funktion legen. Mit diesem Ansatz kann in einer DGS auch der Graph der Ableitungsfunktion als Ortskurve gewonnen werden.

Abschließend wird die Basis variiert. Dabei ergibt sich quasi automatisch die Frage, für welche Basis Funktion und Ableitungsfunktion übereinstimmen.

Natürlicher Logarithmus:

Umkehrprobleme im Zusammenhang mit der natürlichen Exponentialfunktion werden genutzt, um den natürlichen Logarithmus zu definieren und damit auch alle Exponentialfunktionen auf die Basis e zurückzuführen. Dann können auch allgemeine Exponentialfunktionen abgeleitet werden.

Exponentialfunktionen im Sachzusammenhang:

In diesen Kontexten ergeben sich auch Fragen, die die Berechnung von Ableitung und Integral erfordern.

■ **Logarithmusfunktion und Umkehrfunktion:** Eine Vermutung zur Ableitung der natürlichen Logarithmusfunktion wird graphisch geometrisch mit einem DGS als Ortskurve gewonnen und anschließend mit der Kettenregel bewiesen.

| Zeitraum | Lambacher Schweizer QP – G9 LK / GK | Inhaltsbezogene Kompetenzerwartungen (LK) | Inhaltsbezogene Kompetenzerwartungen (GK) | prozessbezogene Kompetenzerwartungen |
|------------------------------|---|---|--|--|
| (1 UE entspricht 45 Minuten) | Kapitel IV Weitere Funktionen | Die Schülerinnen und Schüler... | Die Schülerinnen und Schüler... | Die Schülerinnen und Schüler... |
| | Erkundungen | Funktionen und Analysis | Funktionen und Analysis | Ope-12 verwenden im Unterricht ein modulares Mathematik-system (MMS) zum ... – zielgerichteten Variieren von Parametern von Funktionen Mod-3 übersetzen zunehmend komplexe reale Situationen in mathematische Modelle Pro-5 nutzen heuristische Strategien und Prinzipien (Analogiebetrachtungen, Schätzen und Überschlagen, systematisches Probieren oder Ausschließen, Darstellungswechsel, Zerlegen und Ergänzen, Symmetrien verwenden, Invarianten finden, Zurückführen auf Bekanntes, Zerlegen in Teilprobleme, Fallunterscheidungen, Vorwärts- und Rückwärtsarbeiten, Spezialisieren und Verallgemeinern) |
| 3 UE | 1 Ableitung der Sinus- und Kosinusfunktion | (3) nutzen die Eigenschaften von ganzrationalen Funktionen, Exponentialfunktionen, Sinusfunktionen, Kosinusfunktionen, der natürlichen Logarithmusfunktion und von Potenzfunktionen mit rationalem Exponenten sowie der Transformationen dieser Funktionen zur Beantwortung von Fragestellungen | (2) nutzen die Eigenschaften von ganzrationalen Funktionen, Exponentialfunktionen, der Sinusfunktion, der Kosinusfunktion, der Potenzfunktionen \sqrt{x} und $\frac{1}{x}$ sowie der Transformationen dieser Funktionen zur Beantwortung von Fragestellungen | |
| 3 UE | 2 Produktregel | (6) bilden ohne Hilfsmittel die Ableitungen von (...) Sinus- und Kosinusfunktionen, der natürlichen Logarithmusfunktion sowie von Potenzfunktionen mit rationalem Exponenten und wenden die Produkt- und Kettenregel an | (5) bilden ohne Hilfsmittel die Ableitungen von (...) der Sinus- und Kosinusfunktion, sowie der Potenzfunktionen \sqrt{x} und $\frac{1}{x}$ und wenden die Produktregel an | |
| 4 UE | LK 3 Verkettung von Funktionen | (9) nutzen zusammengesetzte Funktionen (Summe, Produkt, Verkettung) zur Beschreibung quantifizierbarer Zusammenhänge | (6) wenden die Kettenregel auf Verknüpfungen der natürlichen Exponentialfunktion mit linearen Funktionen an | |
| 3 UE | LK 4 Kettenregel | (23) lösen innermathematische und anwendungsbezogene Problemstellungen mithilfe von ganzrationalen Funktionen, Exponentialfunktionen und daraus zusammengesetzten Funktionen sowie mithilfe von Sinus- und Kosinusfunktionen | (7) untersuchen Funktionen auch in Abhängigkeit von Parametern mithilfe von vorgegebenen und mit dem MMS ermittelten Ableitungen im Kontext der Fragestellung | |
| 4 UE | 5 Zusammengesetzte Funktionen untersuchen | | (8) nutzen in einfachen Fällen zusammengesetzte Funktionen (Summe, Produkt, Verkettung) zur Beschreibung quantifizierbarer Zusammenhänge | |
| 5 UE | 6 Zusammengesetzte Funktionen im Kontext | | (20) lösen innermathematische und anwendungsbezogene Problemstellungen mit-hilfe von ganzrationalen Funktionen, der natürlichen Exponentialfunktion und daraus zusammengesetzten Funktionen | |
| 3 UE | Klausurtraining Rückblick Probeklausur | | | |
| | Exkursion: | | | |

Vorhabenbezogene Absprachen und Empfehlungen

Als Beispiel für eine Summenfunktion eignet sich die Modellierung einer Kettenlinie.

Im Zusammenhang mit der Modellierung von Wachstumsprozessen durch natürliche Exponentialfunktionen mit linearen Exponenten wird die Kettenregel eingeführt, um auch (hilfsmittelfrei) Ableitungen für die entsprechenden Funktionsterme bilden zu können.

An Beispielen von Prozessen, bei denen das Wachstum erst zu- und dann wieder abnimmt (Medikamente, Fieber, Pflanzen), wird eine Modellierung durch Produkte von ganzrationalen Funktionen und Exponentialfunktionen erarbeitet. In diesem Zusammenhang wird die Produktregel zum Ableiten eingeführt.

Auch bei der Untersuchung zusammengesetzter Funktionen im Sachzusammenhang ergeben sich Fragen, die erfordern, dass aus der Wachstumsgeschwindigkeit auf den Gesamteffekt geschlossen wird. An mindestens einem Beispiel sollte auch ein beschränktes Wachstum untersucht werden.

- Weitere Kontexte bieten Anlass zu aufwändigeren Modellierungen mit Funktionen anderer Funktionenklassen, insbesondere unter Berücksichtigung von Parametern, für die Einschränkungen des Definitionsbereiches oder Fallunterscheidungen vorgenommen werden müssen.
- Im Zusammenhang mit geometrischen oder ökonomischen Kontexten entwickeln die Schülerinnen und Schüler die Ableitungen von Wurzelfunktionen sowie die Produkt- und Kettenregel und wenden sie an.
- An Beispielen von Prozessen, bei denen das Wachstum erst zu- und dann wieder abnimmt (Medikamente, Fieber, Pflanzen), wird eine Modellierung durch Produkte von ganzrationalen Funktionen und Exponentialfunktionen einschließlich deren Verhalten für betragsgroße Argumente erarbeitet.

| Zeitraum | Lambacher Schweizer QP – G9 LK / GK | Inhaltsbezogene Kompetenzerwartungen (LK) | Inhaltsbezogene Kompetenzerwartungen (GK) | prozessbezogene Kompetenzerwartungen |
|------------------------------|---|--|---|---|
| (1 UE entspricht 45 Minuten) | Kapitel V Vektoren, Geraden und Winkel | Die Schülerinnen und Schüler... | Die Schülerinnen und Schüler... | Die Schülerinnen und Schüler... |
| | Erkundungen | | | |
| 4 UE | 1 Wiederholung: Geraden und Lagebeziehungen | Analytische Geometrie und Lineare Algebra (2) deuten das Skalarprodukt geometrisch (Orthogonalität, Betrag, Winkel zwischen Vektoren) und berechnen es (9) berechnen die Größe des Schnittwinkels zwischen zwei sich schneidenden Objekten (12) untersuchen geometrische Objekte oder Situationen in innermathematischen und anwendungsbezogenen Problemstellungen und deuten die Ergebnisse | Analytische Geometrie und Lineare Algebra (1) deuten das Skalarprodukt geometrisch (Orthogonalität, Betrag, Winkel zwischen Vektoren) und berechnen es (5) berechnen die Größe des Schnittwinkels zwischen zwei sich schneidenden Objekten (9) untersuchen geometrische Objekte oder Situationen in innermathematischen und anwendungsbezogenen Problemstellungen und deuten die Ergebnisse | Ope-1 wenden grundlegende Kopfrechenfertigkeiten sicher an Ope-3 führen geeignete Rechenoperationen auf der Grundlage eines inhaltlichen Verständnisses durch Ope-4 verwenden Basiswissen, mathematische Regeln und Gesetze sowie Algorithmen bei der Arbeit mit mathematischen Objekten Ope-5 führen Darstellungswechsel sicher aus Ope-8 erstellen Skizzen geometrischer Situationen und wechseln zwischen Perspektiven Ope-11 nutzen Mathematikwerkzeuge zum Darstellen, Berechnen, Kontrollieren und Präsentieren sowie zum Erkunden Ope-12 verwenden im Unterricht ein modulares Mathematiksystem (MMS) zum ... - Darstellen geometrischer Situationen im Raum Pro-7 setzen Routineverfahren auch hilfsmittelfrei zur Lösung ein |
| 4 UE | 2 Skalarprodukt – zueinander orthogonale Vektoren | | | |
| 4 UE | 3 Winkel und Schnittwinkel | | | |
| 3 UE | Klausurtraining Rückblick Probeklausur | | | |
| | Exkursion: | | | |

Vorhabenbezogene Absprachen und Empfehlungen

Geraden:

Lineare Bewegungen werden z. B. im Kontext von Flugbahnen (Kondensstreifen) durch Startpunkt, Zeitparameter und Geschwindigkeitsvektor beschrieben und dynamisch mit DGS (z.B. Vektoris) dargestellt. Dabei sollten Modellierungsfragen (reale Geschwindigkeiten, Größe der Flugobjekte, Flugebenen) einbezogen werden.

- Eine Vertiefung kann darin bestehen, den Betrag der Geschwindigkeit zu variieren. In jedem Fall soll der Unterschied zwischen einer Geraden als Punktmenge (z. B. die Flugbahn) und einer Parametrisierung dieser Punktmenge als Funktion (von der Parametermenge in den Raum) herausgearbeitet werden.

Ergänzend zum dynamischen Zugang wird die rein geometrische Frage aufgeworfen, wie eine Gerade durch zwei Punkte zu beschreiben ist. Hierbei wird herausgearbeitet, dass zwischen unterschiedlichen Parametrisierungen einer Geraden gewechselt werden kann. Punktproben sowie die Berechnung von Schnittpunkten mit den Grundebenen sollen auch hilfsmittelfrei durchgeführt werden. Die Darstellung in räumlichen Koordinatensystemen sollte hinreichend geübt werden.

Auf dieser Grundlage können z. B. Schattenwürfe von Gebäuden in Parallel- und Zentralprojektion auf eine der Grundebenen berechnet und zeichnerisch dargestellt werden. Der Einsatz der DGS bietet hier die zusätzliche Möglichkeit, dass der Ort der Strahlenquelle variiert werden kann.

Hinweis: Bei zweidimensionalen Abbildungen (z. B. Fotografien) räumlicher Situationen geht in der Regel die Information über die Lagebeziehung von Objekten verloren. Verfeinerte Darstellungsweisen (z. B. unterbrochene Linien, schraffierte Flächen, gedrehtes Koordinatensystem) helfen, dies zu vermeiden und Lagebeziehungen systematisch zu untersuchen.

Gegenseitige Lage von Geraden:

Der Fokus der Untersuchung von Lagebeziehungen liegt auf dem logischen Aspekt einer vollständigen Klassifizierung sowie einer präzisen Begriffsbildung (z. B. Trennung der Begriffe „parallel“, „echt parallel“, „identisch“). Flussdiagramme und Tabellen sind ein geeignetes Mittel, solche Algorithmen darzustellen. Es werden möglichst selbstständig solche Darstellungen entwickelt, die auf Lernplakaten dokumentiert, präsentiert, verglichen und hinsichtlich ihrer Brauchbarkeit beurteilt werden können.

In diesem Teil des Unterrichtsvorhabens sollten Unterrichtsformen gewählt werden, bei denen Kommunikationsprozesse im Team unter Verwendung der Fachsprache angeregt werden.

Als Kontext kann dazu die Modellierung von Flugbahnen (Kondensstreifen) wieder aufgegriffen werden. Dabei wird evtl. die Frage des Abstandes zwischen Flugobjekten relevant. Bei genügend zur Verfügung stehender Zeit oder binnendifferenziert könnte (über den Kernlehrplan hinausgehend) das Abstandsminimum numerisch, grafisch oder algebraisch mit den Verfahren der Analysis ermittelt werden.

Begrifflich davon abgegrenzt wird der Abstand zwischen den Flugbahnen. Dies motiviert die Beschäftigung mit orthogonalen Hilfsgeraden.

Skalarprodukt:

Das Skalarprodukt wird zunächst als Indikator für Orthogonalität aus einer Anwendung des Satzes von Pythagoras entwickelt. Durch eine Zerlegung in parallele und orthogonale Komponenten wird der geometrische Aspekt der Projektion betont. Dies wird zur Einführung des Winkels über den Kosinus genutzt (alternativ zu einer Herleitung aus dem Kosinussatz).

Eine weitere Bedeutung des Skalarproduktes kann mit den gleichen Überlegungen am Beispiel der physikalischen Arbeit erschlossen werden.

Bei hinreichend zur Verfügung stehender Zeit kann in Anwendungskontexten (z. B. Vorbeiflug eines Flugzeugs an einem Hindernis unter Einhaltung eines Sicherheitsabstandes) entdeckt werden, wie der Abstand eines Punktes von einer Geraden u. a. als Streckenlänge über die Bestimmung eines Lotfußpunktes ermittelt werden kann. Bei dieser Problemstellung sollten unterschiedliche Lösungswege zugelassen und verglichen werden.

Es werden Eigenschaften von Dreiecken und Vierecken auch mithilfe des Skalarproduktes untersucht. Dabei bieten sich vorrangig Problemlöseaufgaben (z. B. Nachweis von Viereckstypen) an.

- Ein Vergleich von Lösungswegen mit und ohne Skalarprodukt kann im Einzelfall dahinterliegende Sätze transparent machen wie z. B. die Äquivalenz der zum Nachweis einer Raute benutzten Bedingungen

$$(\vec{a} + \vec{b}) \cdot (\vec{a} - \vec{b}) = 0 \quad \text{und} \quad (\vec{a})^2 = (\vec{b})^2 \quad \text{für die Seitenvektoren } \vec{a} \text{ und } \vec{b} \text{ eines Parallelogramms.}$$

- In Anwendungskontexten (z. B. Vorbeiflug eines Flugzeugs an einem Hindernis unter Einhaltung eines Sicherheitsabstandes) könnte bereits an dieser Stelle entdeckt werden, wie der Abstand eines Punktes von einer Geraden u. a. über die Bestimmung eines Lotfußpunktes ermittelt werden kann. Hierbei werden unterschiedliche Lösungswege zugelassen und verglichen. Eine Vernetzung mit Verfahren der Analysis zur Abstandsminimierung bietet sich an.

| Zeitraum | Lambacher Schweizer QP – G9 LK / GK | Inhaltsbezogene Kompetenzerwartungen (LK) | Inhaltsbezogene Kompetenzerwartungen (GK) | prozessbezogene Kompetenzerwartungen |
|------------------------------|---|---|---|---|
| (1 UE entspricht 45 Minuten) | Kapitel VI Ebenen | Die Schülerinnen und Schüler... | Die Schülerinnen und Schüler... | Die Schülerinnen und Schüler... |
| | Erkundungen | | | |
| 3 UE | 1 Der Gauß-Algorithmus | Analytische Geometrie und Lineare Algebra (1) stellen Ebenen, Parallelogramme und Dreiecke in Parameterform dar (3) stellen Ebenen in Normalenform sowie in Koordinatenform dar und nutzen diese zur Orientierung im Raum (5) berechnen Schnittpunkte von Geraden mit Ebenen (6) erläutern ein algorithmisches Lösungsverfahren für lineare Gleichungssysteme (7) wenden ein algorithmisches Lösungsverfahren ohne digitale Mathematikwerkzeuge auf Gleichungssysteme mit maximal drei Unbekannten an, die mit geringem Rechenaufwand lösbar sind (8) interpretieren die Lösungsmenge von linearen Gleichungssystemen (9) berechnen die Größe des Schnittwinkels zwischen zwei sich schneidenden Objekten (12) untersuchen geometrische Objekte oder Situationen in innermathematischen und anwendungsbezogenen Problemstellungen und deuten die Ergebnisse | Analytische Geometrie und Lineare Algebra (2) stellen Ebenen in Parameterform und in Koordinatenform dar (3) verwenden Koordinatenformen von Ebenen zur Orientierung im Raum (Punktprobe, Schnittpunkte mit den Koordinatenachsen, Normalenvektor) (4) berechnen Schnittpunkte von Geraden mit Ebenen (7) erläutern ein algorithmisches Lösungsverfahren für lineare Gleichungssysteme (8) wenden ein algorithmisches Lösungsverfahren ohne digitale Mathematikwerkzeuge auf Gleichungssysteme mit maximal drei Unbekannten an, die mit geringem Rechenaufwand lösbar sind (5) berechnen die Größe des Schnittwinkels zwischen zwei sich schneidenden Objekten (6) nutzen Symmetriebetrachtungen in geometrischen Objekten zur Lösung von Problemstellungen und spiegeln Punkte an Ebenen in einfachen Fällen (9) untersuchen geometrische Objekte oder Situationen in innermathematischen und anwendungsbezogenen Problemstellungen und deuten die Ergebnisse | Ope-4 verwenden Basiswissen, mathematische Regeln und Gesetze sowie Algorithmen bei der Arbeit mit mathematischen Objekten Ope-5 führen Darstellungswechsel sicher aus Ope-8 erstellen Skizzen geometrischer Situationen und wechseln zwischen Perspektiven Ope-12 verwenden im Unterricht ein modulares Mathematiksystem (MMS) zum ... –Lösen von Gleichungen und Gleichungssystemen auch abhängig von Parametern – Darstellen von geometrischen Situationen im Raum Mod-1 erfassen und strukturieren zunehmend komplexe reale Situationen mit Blick auf eine konkrete Fragestellung Mod-2 treffen begründet Annahmen und nehmen Vereinfachungen realer Situationen vor Mod-3 übersetzen zunehmend komplexe reale Situationen in mathematische Modelle Mod-5 erarbeiten mithilfe mathematischer Kenntnisse und Fertigkeiten Lösungen innerhalb des mathematischen Modells. Pro-7 setzen Routineverfahren auch hilfsmittelfrei zur Lösung ein Pro-8 berücksichtigen einschränkende Bedingungen Pro-9 entwickeln Ideen für mögliche Lösungswege, planen Vorgehensweisen zur Lösung eines Problems und führen Lösungspläne zielgerichtet aus. |
| 4 UE | LK 2 Lösungsmengen linearer Gleichungssysteme | | | |
| 3 UE | 3 Ebenen im Raum – die Parameterform | | | |
| 4 UE | 4 Koordinatenform und Normalenvektor | | | |
| 4 UE | 5 Schnittpunkte und Schnittwinkel | | | |
| 4 UE | 6 Geometrische Objekte im Raum | | | |
| 3 UE | Klausurtraining Rückblick Probeklausur | | | |
| | Exkursion: | | | |

Vorhabenbezogene Absprachen und Empfehlungen

In diesem Unterrichtsvorhaben werden Problemlösekompetenzen erworben, indem sich heuristische Strategien bewusst gemacht werden (eine planerische Skizze anfertigen, die gegebenen geometrischen Objekte abstrakt beschreiben, geometrische Hilfsobjekte einführen, bekannte Verfahren zielgerichtet einsetzen und in komplexeren Abläufen kombinieren und unterschiedliche Lösungswege kriteriengestützt vergleichen).

Ebenen im Raum:

Als Einstiegskontext für die Parametrisierung einer Ebene kann eine Dachkonstruktion mit Sparren und Querlatten dienen. Diese bildet ein schiefwinkliges Koordinatensystem in der Ebene. Damit wird die Idee der Koordinatisierung wieder aufgegriffen.

Punktproben sowie die Berechnung von Spurgeraden in den Grundebenen und von Schnittpunkten mit den Koordinatenachsen führen zunächst noch zu einfachen Gleichungssystemen. Die Achsenabschnitte erlauben eine Darstellung in einem räumlichen Koordinatensystem.

Normalengleichung und Koordinatengleichung:

Die unterschiedlichen Darstellungsformen einer Ebenengleichung und ihre jeweilige geometrische Deutung (Parameter-, Normalen- und Koordinatenform, Achsenabschnittsform, Hesse-Normalenform als Sonderform der Normalenform) werden in einem Gruppenpuzzle gegenübergestellt, verglichen und in Beziehung gesetzt. Dabei intensiviert der kommunikative Austausch die fachlichen Aneignungsprozesse. Die Achsenabschnittsform erleichtert es, Ebenen zeichnerisch darzustellen. Zur Veranschaulichung der Lage von Ebenen wird eine räumliche Geometriesoftware verwendet. Empfohlen wird die Einführung des Vektorprodukts zur Berechnung der Koordinatenform.

Vertiefend (und über den Kernlehrplan hinausgehend) kann bei genügend zur Verfügung stehender Zeit die Lösungsmenge eines Systems von Koordinatengleichungen als Schnittmenge von Ebenen geometrisch gedeutet werden. Dabei wird die Matrix-Vektor-Schreibweise genutzt. Dies bietet weitere Möglichkeiten, bekannte mathematische Sachverhalte zu vernetzen.

Ein Wechsel zwischen Koordinatenform und Parameterform der Ebene ist über die drei Achsenabschnitte möglich. Alternativ wird ein Normalenvektor mit Hilfe eines Gleichungssystems bestimmt.

- Wenn genügend Zeit zur Verfügung steht, können durch Einschränkung des Definitionsbereichs Parallelogramme und Dreiecke beschrieben und auch anspruchsvollere Modellierungsaufgaben gestellt werden, die über die Kompetenzerwartungen des KLP hinausgehen.

Lagebeziehungen:

Die Untersuchung von Schattenwürfen eines Mastes auf eine Dachfläche z. B. motiviert eine Fortführung der systematischen Auseinandersetzung mit linearen Gleichungssystemen, mit der Matrix-Vektor-Schreibweise und mit dem Gauß-Verfahren. Die Lösungsmengen werden mit dem GTR bestimmt, zentrale Werkzeugkompetenz in diesem Teil des Unterrichtsvorhabens ist die Interpretation des angezeigten Lösungsvektors bzw. der reduzierten Matrix. Die Vernetzung der geometrischen Vorstellung (Lagebeziehung) und der algebraischen Formalisierung sollte stets deutlich werden.

Geometrische Objekte und Situationen im Raum:

Tetraeder, Pyramiden, Würfel, Prismen und Oktaeder bieten vielfältige Anlässe für (im Sinne des Problemlösens offen angelegte) exemplarische geometrische Untersuchungen und können auf reale Objekte (z. B. Gebäude) bezogen werden. Auch hier wird eine räumliche Geometriesoftware eingesetzt. Wo möglich, werden auch elementargeometrische Lösungswege als Alternative aufgezeigt

Dabei kann z. B. der Nachweis von Dreiecks- bzw. Viereckstypen wieder aufgenommen werden.

Wo möglich, werden auch elementargeometrische Lösungswege als Alternative aufgezeigt. z.B. Pythagoras...

- Das Gauß-Verfahren soll im Zusammenhang mit der Berechnung von Schnittfiguren oder bei der Konstruktion regelmäßiger Polyeder vertieft werden. Weiter bietet der Einsatz des GTR Anlass, z. B. über die Interpretation der trigonalisierten Koeffizientenmatrix die Dimension des Lösungsraumes zu untersuchen. Die Vernetzung der geometrischen Vorstellung und der algebraischen Formalisierung soll stets deutlich werden.

| Zeitraum | Lambacher Schweizer QP – G9 LK / GK | Inhaltsbezogene Kompetenzerwartungen (LK) | Inhaltsbezogene Kompetenzerwartungen (GK) | prozessbezogene Kompetenzerwartungen |
|------------------------------|---|--|---|---|
| (1 UE entspricht 45 Minuten) | Kapitel VII Lagebeziehungen und Abstandsberechnungen | Die Schülerinnen und Schüler... | Die Schülerinnen und Schüler... | Die Schülerinnen und Schüler... |
| | Erkundungen | | | |
| 5 UE | LK 1 Lagebeziehungen von Geraden und Ebenen | Analytische Geometrie und Lineare Algebra (4) untersuchen Lagebeziehungen von Ebenen sowie von Geraden und Ebenen (10) bestimmen Abstände zwischen Punkten, Geraden und Ebenen (11) führen Spiegelungen an Ebenen durch (12) untersuchen geometrische Objekte oder Situationen in innermathematischen und anwendungsbezogenen Problemstellungen und deuten die Ergebnisse | | Ope-4 verwenden Basiswissen, mathematische Regeln und Gesetze sowie Algorithmen bei der Arbeit mit mathematischen Objekten |
| 5 UE | LK 2 Abstand eines Punktes von einer Ebene | | | Ope-5 führen Darstellungswechsel sicher aus |
| 5 UE | LK 3 Abstand eines Punktes von einer Geraden | | | Ope-8 erstellen Skizzen geometrischer Situationen und wechseln zwischen Perspektiven |
| 5 UE | LK 4 Abstand zwischen Geraden | | | Ope-12 verwenden im Unterricht ein modulares Mathematiksystem (MMS) zum ... –Lösen von Gleichungen und Gleichungssystemen auch abhängig von Parametern – Darstellen von geometrischen Situationen im Raum |
| 5 UE | LK 5 Abstandsberechnungen bei Anwendungsaufgaben | | | Pro-6 wählen geeignete Begriffe, Zusammenhänge, Verfahren sowie Medien und Werkzeuge zur Problemlösung aus |
| 5 UE | Klausurtraining Rückblick Probeklausur | | | Kom-5 formulieren eigene Überlegungen und beschreiben zunehmend komplexe eigene Lösungswege |
| | Exkursion: | | | Kom-6 verwenden die Fachsprache und fachspezifische Notation in angemessenem Umfang |
| | | Kom-7 wählen begründet geeignete digitale und analoge Medien und mathematische Darstellungsformen (graphisch-visuell, algebraisch-formal, numerisch-tabellarisch, verbal-sprachlich) aus | | |
| | | Kom-8 wechseln flexibel zwischen mathematischen Darstellungsformen | | |
| | | Kom-9 dokumentieren und präsentieren Arbeitsschritte, Lösungswege und Argumentationen vollständig und kohärent | | |
| | | Kom-10 konzipieren, erstellen und präsentieren analoge und digitale Lernprodukte | | |

Vorhabenbezogene Absprachen und Empfehlungen

In diesem Unterrichtsvorhaben ist es sinnvoll, im Sinne einer wissenschaftspropädeutischen Grundbildung besonderen Wert auf eigenständige Lernprozesse bei der Aneignung eines begrenzten Stoffgebietes sowie bei der Lösung von problemorientierten Aufgaben zu legen.

Hinweis: Angesichts des begrenzten Zeitrahmens ist es wichtig, den Fokus der Unterrichtstätigkeit nicht auf die Vollständigkeit einer „Rezeptsammlung“ und deren hieb- und stichfeste Einübung zu allen denkbaren Varianten zu legen, sondern bei den Schülerinnen und Schülern prozessbezogene Kompetenzen zu entwickeln, die sie in die Lage versetzen, problemhaltige Aufgaben zu bearbeiten und dabei auch neue Anregungen zu verwerten.

Deshalb beschließt die Fachkonferenz, Problemlösungen mit den prozessbezogenen Zielen zu verbinden, 1) eine planerische Skizze anzufertigen und die gegebenen geometrischen Objekte abstrakt zu beschreiben, 2) geometrische Hilfsobjekte einzuführen, 3) an geometrischen Situationen Fallunterscheidungen vorzunehmen, 4) bekannte Verfahren zielgerichtet einzusetzen und in komplexeren Abläufen zu kombinieren, 5) unterschiedliche Lösungswege Kriterien gestützt zu vergleichen.

Bei der Durchführung der Lösungswege können die Schülerinnen und Schüler auf das entlastende Werkzeug des GTR zurückgreifen, jedoch steht dieser Teil der Lösung hier eher im Hintergrund und soll sogar bei aufwändigeren Problemen bewusst ausgeklammert werden.

Bei Beweisaufgaben sollen die Schülerinnen und Schüler Formalisierungen in Vektorschreibweise rezipieren und ggf. selbst vornehmen. Dabei spielt auch die Entdeckung einer Gesetzmäßigkeit – ggf. mit Hilfe von DGS – eine Rolle.

Die erworbenen Kompetenzen im Problemlösen sollen auch in Aufgaben zum Einsatz kommen, die einen Kontextbezug enthalten, so dass dieses Unterrichtsvorhaben auch unmittelbar zur Abiturvorbereitung überleitet bzw. zum Zweck der Abiturvorbereitung noch einmal wiederaufgenommen werden soll.

Abstandsberechnungen:

Als ein Kontext kann die Modellierung von Flugbahnen (Kondensstreifen) wieder aufgenommen werden, insbesondere mit dem Ziel, die Frage des Abstandes zwischen Flugobjekten im Unterschied zur Abstandsberechnung zwischen den Flugbahnen zu vertiefen. Hier bietet sich wiederum eine Vernetzung mit den Verfahren der Analysis zur Abstandsminimierung an.

Die Berechnung des Abstandes zweier Flugbahnen kann für den Vergleich unterschiedlicher Lösungsvarianten genutzt werden. Dabei wird unterschieden, ob die Lotfußpunkte der kürzesten Verbindungsstrecke mitberechnet werden oder nachträglich aus dem Abstand bestimmt werden müssen.

Abstände von Punkten zu Geraden und zu Ebenen ermöglichen es z. B., die Fläche eines Dreiecks oder die Höhe und das Volumen einer Pyramide zu bestimmen. Abgesehen von der Abstandsberechnung zwischen Geraden müssen weitere Formen der Abstandsberechnungen nicht systematisch abgearbeitet werden, sie können bei Bedarf im Rahmen von Problemlöseprozessen in konkrete Aufgaben integriert werden.

Schnittwinkel:

Winkel zwischen einer Geraden und einer Ebene erlauben Rückschlüsse auf ihre Lagebeziehung.

| Zeitraum | Lambacher Schweizer QP – G9 LK / GK | Inhaltsbezogene Kompetenzerwartungen (LK) | Inhaltsbezogene Kompetenzerwartungen (GK) | prozessbezogene Kompetenzerwartungen |
|------------------------------|---|--|--|--|
| (1 UE entspricht 45 Minuten) | Kapitel VIII Statistik und Wahrscheinlichkeit | Die Schülerinnen und Schüler... | Die Schülerinnen und Schüler... | Die Schülerinnen und Schüler... |
| | Erkundungen | | | |
| 4 UE | 1 Wiederholung: Wahrscheinlichkeit | Stochastik (1) planen und beurteilen statistische Erhebungen und nutzen dabei auch digitale Mathematikwerkzeuge (2) untersuchen und beurteilen Stichproben mithilfe von Lage- und Streumaßen, und verwenden das Summenzeichen | Stochastik (1) planen und beurteilen statistische Erhebungen und nutzen dabei auch digitale Mathematikwerkzeuge (2) untersuchen und beurteilen Stichproben mithilfe von Lage- und Streumaßen und verwenden das Summenzeichen | Ope-1 wenden grundlegende Kopfrechenfertigkeiten sicher an Ope-2 übersetzen symbolische und formale Sprache in natürliche Sprache und umgekehrt Ope-3 führen geeignete Rechenoperationen auf der Grundlage eines inhaltlichen Verständnisses durch Ope-4 verwenden Basiswissen, mathematische Regeln und Gesetze sowie Algorithmen bei der Arbeit mit mathematischen Objekten Ope-5 führen Darstellungswechsel sicher aus Ope-10 recherchieren Informationen und Daten aus Medienangeboten (Printmedien, Internet und Formelsammlungen) und reflektieren diese kritisch |
| 4 UE | 2 Verknüpfung von Ereignissen | (3) verwenden Simulationen zur Untersuchung stochastischer Situationen und nutzen dabei auch digitale Mathematikwerkzeuge (4) verwenden Urnenmodelle (Ziehen mit und ohne Zurücklegen) zur Beschreibung von Zufallsprozessen und zur Berechnung von Wahrscheinlichkeiten | (3) verwenden Simulationen zur Untersuchung stochastischer Situationen und nutzen dabei auch digitale Mathematikwerkzeuge (4) verwenden Urnenmodelle (Ziehen mit und ohne Zurücklegen) zur Beschreibung von Zufallsprozessen und zur Berechnung von Wahrscheinlichkeiten | Ope-12 verwenden im Unterricht ein modulares Mathematiksystem (MMS) zum... – Ermitteln der Kennzahlen statistischer Daten und von Wahrscheinlichkeitsverteilungen Mod-1 erfassen und strukturieren zunehmend komplexe reale Situationen mit Blick auf eine konkrete Fragestellung Mod-2 treffen begründet Annahmen und nehmen Vereinfachungen realer Situationen vor |
| 5 UE | 3 Bedingte Wahrscheinlichkeit – stochastische Unabhängigkeit | (5) bestimmen das Gegenereignis \bar{A} , verknüpfen Ereignisse durch die Operationen $A \setminus B, A \cap B, A \cup B$ und bestimmen die zugehörigen Wahrscheinlichkeiten (7) beschreiben mehrstufige Zufallsexperimente mithilfe von Baumdiagrammen und Vierfeldertafeln und berechnen damit Wahrscheinlichkeiten | (5) bestimmen das Gegenereignis \bar{A} , verknüpfen Ereignisse durch die Operationen $A \setminus B, A \cap B, A \cup B$ und bestimmen die zugehörigen Wahrscheinlichkeiten (6) beschreiben mehrstufige Zufallsexperimente mithilfe von Baumdiagrammen und Vierfeldertafeln und berechnen damit Wahrscheinlichkeiten | Mod-3 übersetzen zunehmend komplexe Mod-4 ordnen einem mathematischen Modell passende reale Situationen zu Mod-5 erarbeiten mithilfe mathematischer Kenntnisse und Fertigkeiten Lösungen innerhalb des mathematischen Modells |
| 5 UE | 4 Simulation von Zufallsexperimenten | (8) prüfen Teilvorgänge mehrstufiger Zufallsexperimente mithilfe von Vierfeldertafeln und Baumdiagrammen auf stochastische Unabhängigkeit | (7) prüfen Teilvorgänge mehrstufiger Zufallsexperimente mithilfe von Vierfeldertafeln und Baumdiagrammen auf stochastische Unabhängigkeit | |

| | | | | |
|------|---|---|--|--|
| 4 UE | 5 Daten erheben und mit Kenngrößen beurteilen | (9) lösen Problemstellungen im Kontext bedingter Wahrscheinlichkeiten (10) erläutern den Begriff der Zufallsgröße an geeigneten Beispielen und bestimmen Wahrscheinlichkeitsverteilungen diskreter Zufallsgrößen (11) bestimmen und deuten den Erwartungswert, die Varianz und die Standardabweichung von diskreten Zufallsgrößen | (8) lösen Problemstellungen im Kontext bedingter Wahrscheinlichkeiten (9) erläutern den Begriff der Zufallsgröße an geeigneten Beispielen und bestimmen Wahrscheinlichkeitsverteilungen diskreter Zufallsgrößen (10) bestimmen und deuten den Erwartungswert, die Varianz und die Standardabweichung von diskreten Zufallsgrößen | Mod-6 beziehen erarbeitete Lösungen wieder auf die reale Situation und interpretieren diese als Antwort auf die Fragestellung Mod-7 reflektieren die Abhängigkeit der Lösungen von den getroffenen Annahmen Mod-8 benennen Grenzen aufgestellter mathematischer Modelle und vergleichen Modelle bzgl. der Angemessenheit |
| 5 UE | 6 Zufallsgrößen - Erwartungswert - Standardabweichung | | | |
| 3 UE | Klausurtraining Rückblick Probeklausur | | | |
| | Exkursion: | | | |

| Zeitraum | Lambacher Schweizer QP – G9 LK / GK | Inhaltsbezogene Kompetenzerwartungen (LK) | Inhaltsbezogene Kompetenzerwartungen (GK) | prozessbezogene Kompetenzerwartungen |
|------------------------------|--|--|--|---|
| (1 UE entspricht 45 Minuten) | Kapitel IX Binomialverteilung | Die Schülerinnen und Schüler... | Die Schülerinnen und Schüler... | Die Schülerinnen und Schüler... |
| | Erkundungen | | | |
| 3 UE | 1 Bernoulli-Experimente – Binomialverteilung | Stochastik (6) erklären die kombinatorische Bedeutung des Binomialkoeffizienten und berechnen diesen in einfachen Fällen auch ohne Hilfsmittel | Stochastik | Ope-12 verwenden im Unterricht ein modulares Mathematiksystem (MMS) zum... – Ermitteln der Kennzahlen statistischer Daten und von Wahrscheinlichkeitsverteilungen – Variieren der Parameter von Wahrscheinlichkeitsverteilungen – Berechnen von Wahrscheinlichkeiten bei binomialverteilten (...) Zufallsgrößen |
| 4 UE | LK 2 Binomialkoeffizienten | (12) begründen, dass bestimmte Zufallsexperimente durch binomialverteilte Zufallsgrößen beschrieben werden können | (11) begründen, dass bestimmte Zufallsexperimente durch binomialverteilte Zufallsgrößen beschrieben werden können | Mod-1 erfassen und strukturieren zunehmend komplexe reale Situationen mit Blick auf eine konkrete Fragestellung |
| 4 UE | 3 Erwartungswert und Histogramm | (13) erklären die Binomialverteilung und beschreiben den Einfluss der Parameter n und p auf die Binomialverteilung, ihre Kenngrößen und die graphische Darstellung | (12) erklären die Binomialverteilung und beschreiben den Einfluss der Parameter n und p auf die Binomialverteilung, ihre Kenngrößen und die graphische Darstellung | Mod-2 treffen begründet Annahmen und nehmen Vereinfachungen realer Situationen vor Mod-3 übersetzen zunehmend komplexe Mod-4 ordnen einem mathematischen Modell passende reale Situationen zu |
| 4 UE | 4 Kumulierte Wahrscheinlichkeiten | (14) nutzen die Binomialverteilung und ihre Kenngrößen zur Beschreibung von Zufallsexperimenten und zur Lösung von Problemstellungen | (13) nutzen die Binomialverteilung und ihre Kenngrößen zur Beschreibung von Zufallsexperimenten und zur Lösung von Problemstellungen | Mod-5 erarbeiten mithilfe mathematischer Kenntnisse und Fertigkeiten Lösungen innerhalb des mathematischen Modells Mod-6 beziehen erarbeitete Lösungen wieder auf die reale Situation und interpretieren diese als Antwort auf die Fragestellung |
| 3 UE | 5 Standardabweichung | (15) interpretieren die bei einer Stichprobe erhobene relative Häufigkeit als Schätzung einer zugrundeliegenden unbekanntes Wahrscheinlichkeit | (14) interpretieren die bei einer Stichprobe erhobene relative Häufigkeit als Schätzung einer zugrundeliegenden unbekanntes Wahrscheinlichkeit. | Mod-7 reflektieren die Abhängigkeit der Lösungen von den getroffenen Annahmen Mod-8 benennen Grenzen aufgestellter mathematischer Modelle und vergleichen Modelle bzgl. der Angemessenheit |
| 4 UE | 6 Probleme lösen mit der Binomialverteilung | | | Arg-5 begründen Lösungswege und nutzen dabei mathematische Regeln und Sätze sowie sachlogische Argumente Arg-6 entwickeln tragfähige Argumentationsketten durch die Verknüpfung von einzelnen Argumenten, Arg-7 nutzen verschiedene Argumentationsstrategien (Gegenbeispiel, direktes Schlussfolgern, Widerspruch), Arg-8 verwenden in ihren Begründungen vermehrt logische Strukturen |
| 3 UE | Klausurtraining Rückblick Probeklausur | | | |
| | Exkursion: | | | |

Vorhabenbezogene Absprachen und Empfehlungen

Daten erstellen und durch Kenngrößen beschreiben:

Das Grundverständnis von Streumaßen wird durch Rückgriff auf die Erfahrungen der Schülerinnen und Schüler mit Boxplots in der Sekundarstufe I reaktiviert.

Über eingängige Beispiele von Verteilungen mit gleichem Mittelwert aber unterschiedlicher Streuung wird die Definition der Standardabweichung als mittlere quadratische Abweichung motiviert; anhand gezielter Veränderungen der Verteilung werden die Auswirkungen auf deren Kenngrößen untersucht und interpretiert.

Erwartungswert und Standardabweichung von Zufallsgrößen:

Anhand verschiedener Glücksspiele wird zunächst der Begriff der Zufallsgröße und der zugehörigen Wahrscheinlichkeitsverteilung (als Zuordnung von Wahrscheinlichkeiten zu den möglichen Werten, die die Zufallsgröße annimmt) zur Beschreibung von Zufallsexperimenten wiederholt.

Analog zur Betrachtung des Mittelwertes bei empirischen Häufigkeitsverteilungen wird der Erwartungswert einer Zufallsgröße definiert.

■ Während sich die Berechnung des Erwartungswertes erschließt, kann die Formel für die Standardabweichung induktiv entdeckt werden:

Binomialverteilung:

Der Schwerpunkt bei der Betrachtung von Binomialverteilungen soll auf der Modellierung stochastischer Situationen liegen. Dabei werden zunächst Bernoulliketten in realen Kontexten oder in Spielsituationen betrachtet.

Durch Vergleich mit dem „Ziehen ohne Zurücklegen“ wird geklärt, dass die Anwendung des Modells ‚Bernoullikette‘ eine bestimmte Realsituation voraussetzt, d. h. dass die Treffer von Stufe zu Stufe unabhängig voneinander mit konstanter Wahrscheinlichkeit erfolgen.

Zur formalen Herleitung der Binomialverteilung bieten sich das Galtonbrett bzw. seine Simulation und die Betrachtung von Multiple-Choice-Tests an.

Während sich die Berechnung des Erwartungswertes erschließt, kann die Formel für die Standardabweichung für ein zweistufiges Bernoulliexperiment plausibel gemacht werden. Auf eine allgemeingültige Herleitung wird verzichtet.

In verschiedenen, vertiefenden Sachkontexten wird zunächst die Möglichkeit einer Modellierung der Realsituation mithilfe der Binomialverteilung überprüft. Die Grenzen des Modellierungsprozesses werden aufgezeigt und begründet. In diesem Zusammenhang werden geklärt: die Beschreibung des Sachkontextes durch ein Zufallsexperiment, die Interpretation des Zufallsexperiments als Bernoullikette, die Definition der zu betrachtenden Zufallsgröße, die Unabhängigkeit der Ergebnisse und die Benennung von Stichprobenumfang n und Trefferwahrscheinlichkeit p .

Die Anwendung der Binomialverteilung erfolgt in unterschiedlichsten Realkontexten, deren Bearbeitung auf vielfältigen Zeitungsartikeln basieren kann. Auch Beispiele der Modellumkehrung werden betrachtet („Von der Verteilung zur Realsituation“).

Hinweis: Der Einsatz des GTR zur Berechnung singulärer sowie kumulierter Wahrscheinlichkeiten ermöglicht den Verzicht auf stochastische Tabellen und eröffnet aus der numerischen Perspektive den Einsatz von Aufgaben in realitätsnahen Kontexten.

Eine Visualisierung der Verteilung sowie des Einflusses von Stichprobenumfang n und Trefferwahrscheinlichkeit p erfolgt dabei durch die graphische Darstellung der Verteilung als Histogramm unter Nutzung des GTR.

| Zeitraum | Lambacher Schweizer QP – G9 LK / GK | Inhaltsbezogene Kompetenzerwartungen (LK) | Inhaltsbezogene Kompetenzerwartungen (GK) | prozessbezogene Kompetenzerwartungen |
|------------------------------|---|--|--|---|
| (1 UE entspricht 45 Minuten) | Kapitel X Normalverteilung - Konfidenzintervalle | Die Schülerinnen und Schüler... | Die Schülerinnen und Schüler... | |
| | Erkundungen | | | |
| 3 UE | LK 1 Die Sigmaregeln | Stochastik (16) ermitteln mithilfe der σ -Regeln Prognoseintervalle für die absoluten und relativen Häufigkeiten in einer Stichprobe und interpretieren diese im Sachkontext (17) ermitteln auf Grundlage einer relativen Häufigkeit ein Konfidenzintervall für den Parameter p einer binomialverteilten Zufallsgröße und interpretieren das Ergebnis im Sachkontext (Schluss von der Stichprobe auf die Grundgesamtheit) (18) schätzen den für ein Konfidenzintervall vorgegebener Länge erforderlichen Stichprobenumfang ab (19) unterscheiden diskrete und stetige Zufallsgrößen und deuten die Verteilungsfunktion als Integralfunktion (20) untersuchen stochastische Situationen, die zu annähernd normalverteilten Zufallsgrößen führen (21) beschreiben den Einfluss der Parameter μ und σ auf die Normalverteilung und die graphische Darstellung ihrer Dichtefunktion („Gauß'sche Glockenkurve“) | | Ope-12 verwenden im Unterricht ein modulares Mathematiksystem (MMS) zum... – Variieren der Parameter von Wahrscheinlichkeitsverteilungen – Berechnen von Wahrscheinlichkeiten bei (...) im Leistungskurs auch normalverteilten Zufallsgrößen – Berechnen der Grenzen von Konfidenzintervallen im Leistungskurs Pro-1 stellen Fragen zu zunehmend komplexen Problemsituationen Pro-2 analysieren und strukturieren die Problemsituation Pro-10 überprüfen die Plausibilität von Ergebnissen und interpretieren diese vor dem Hintergrund der Fragestellung Pro-12 vergleichen und beurteilen verschiedene Lösungswege und optimieren diese mit Blick auf Schlüssigkeit und Effizienz Arg-4 erläutern Zusammenhänge zwischen Fachbegriffen Kom-1 erfassen, strukturieren und formalisieren Informationen aus zunehmend komplexen mathemathikhaltigen analogen und digitalen Quellen sowie aus mathematischen Fachtexten und Unterrichtsbeiträgen Kom-2 beschreiben Beobachtungen, bekannte Lösungswege und Verfahren Kom-3 erläutern mathematische Begriffe in innermathematischen und anwendungs-bezogenen Zusammenhängen Kom-4 erfassen und erläutern mathematische Darstellungen, auch wenn diese nicht vertraut sind Kom-11 greifen Beiträge auf und entwickeln sie weiter Kom-12 nehmen zu mathematikhaltigen, auch fehlerbehafteten, Aussagen und Darstellungen begründet und konstruktiv Stellung Kom-14 vergleichen und beurteilen mathematikhaltige Informationen und Darstellungen in Alltagsmedien unter mathematischen Gesichtspunkten, Kom-15 führen Diskussionsbeiträge zu einem Fazit zusammen |
| 5 UE | LK 2 Prognoseintervalle für relative Häufigkeiten | | | |
| 5 UE | LK 3 Konfidenzintervalle | | | |
| 4 UE | LK 4 Stichprobenumfang schätzen | | | |
| 5 UE | LK 5 Die Normalverteilung | | | |
| 3 UE | Klausurtraining Rückblick Probeklausur | | | |
| | Exkursion: | | | |

Vorhabenbezogene Absprachen und Empfehlungen

In einer Tabellenkalkulation wird bei festem n und p für jedes k die quadratische Abweichung vom Erwartungswert mit der zugehörigen Wahrscheinlichkeit multipliziert. Die Varianz als Summe dieser Werte wird zusammen mit dem Erwartungswert in einer weiteren Tabelle notiert. Durch systematisches Variieren von n und p entdecken die Lernenden die funktionale Abhängigkeit der

Varianz von diesen Parametern und die Formel $\sigma = \sqrt{n \cdot p \cdot (1 - p)}$.

Das Konzept der σ -Umgebungen wird durch experimentelle Daten abgeleitet. Es wird benutzt, um Prognoseintervalle anzugeben, den notwendigen Stichprobenumfang für eine vorgegebene

Genauigkeit zu bestimmen und um das $\frac{1}{\sqrt{n}}$ -Gesetz der großen Zahlen zu präzisieren.

Durch Erkunden wird festgestellt, dass unabhängig von n und p ca. 68% der Ergebnisse in der 1σ -Umgebung des Erwartungswertes liegen.

Prüfverfahren mit vorgegebenen Entscheidungsregeln bieten einen besonderen Anlass, um von einer (ein- oder mehrstufigen) Stichprobenentnahme aus einer Lieferung auf nicht bekannte Parameter in der Grundgesamtheit zu schließen.

Wenn genügend Unterrichtszeit zur Verfügung steht, können im Rahmen der beurteilenden Statistik vertiefend (und über den Kernlehrplan hinausgehend) Produzenten- und Abnehmerrisiken bestimmt werden.

Hinweis: Eine Stichprobenentnahme kann auch auf dem GTR simuliert werden.

Normalverteilungen sind in der Stochastik bedeutsam, weil sich die Summenverteilung von genügend vielen unabhängigen Zufallsvariablen häufig durch eine Normalverteilung approximieren lässt. Dementsprechend empfiehlt die Fachkonferenz den Einstieg in dieses Unterrichtsvorhaben über die Untersuchung von Summenverteilungen.

Mit einer Tabellenkalkulation werden die Augensummen von zwei, drei, vier... Würfeln simuliert, wobei in der grafischen Darstellung die Glockenform zunehmend deutlicher wird.

Ergänzung für leistungsfähige Kurse: Gut geeignet ist auch die Simulation von Stichprobenmittelwerten aus einer (gleichverteilten) Grundgesamtheit.

Ergebnisse von Schulleistungstests oder Intelligenztests werden erst vergleichbar, wenn man sie hinsichtlich Mittelwert und Streuung normiert, was ein Anlass dafür ist, mit den Parametern μ und σ zu experimentieren. Auch Untersuchungen zu Mess- und Schätzfehlern bieten einen anschaulichen, ggf. handlungsorientierten Zugang.

Da auf dem GTR die Normalverteilung einprogrammiert ist, spielt die Approximation der Binomialverteilung durch die Normalverteilung (Satz von de Moivre-Laplace) für die Anwendungsbeispiele im Unterricht eine untergeordnete Rolle. Dennoch sollte bei genügender Zeit deren Herleitung als Vertiefung der Integralrechnung im Leistungskurs thematisiert werden, da der Übergang von der diskreten zur stetigen Verteilung in Analogie zur Approximation von Flächen durch Produktsummen nachvollzogen werden kann (vgl. Q-LK-A3). Die Visualisierung erfolgt mithilfe des GTR.

Theoretisch ist von Interesse, dass es sich bei der Gaußschen Glockenkurve um den Graphen einer Randfunktion handelt, zu deren Stammfunktion (Gaußsche Integralfunktion) kein Term angegeben werden kann.

2.4 Grundsätze der fachmethodischen und fachdidaktischen Arbeit

Die Fachkonferenz Mathematik hat sich auf folgende fachmethodische und fachdidaktische Grundsätze geeinigt. Dabei beziehen sich die Grundsätze 1 bis 15 auf fächerübergreifende Aspekte, die Grundsätze 16 bis 25 sind fachspezifisch angelegt.

Überfachliche Grundsätze:

- 1) Geeignete Problemstellungen zeichnen die Ziele des Unterrichts vor und bestimmen die Struktur der Lernprozesse.
- 2) Inhalt und Anforderungsniveau des Unterrichts entsprechen dem Leistungsvermögen der Schüler/innen einerseits und den Anforderungen an das Abitur andererseits.
- 3) Die Unterrichtsgestaltung ist auf die Ziele und Inhalte abgestimmt.
- 4) Medien und Arbeitsmittel sind schülernah gewählt.
- 5) Die Schüler/innen erreichen einen Lernzuwachs.
- 6) Der Unterricht fördert eine aktive Teilnahme der Schüler/innen.
- 7) Der Unterricht fördert die Zusammenarbeit zwischen den Schülern/innen und bietet ihnen Möglichkeiten zu eigenen Lösungen.
- 8) Der Unterricht berücksichtigt die individuellen Lernwege der einzelnen Schüler/innen.
- 9) Die Schüler/innen erhalten Gelegenheit zu selbstständiger Arbeit und werden dabei unterstützt.
- 10) Der Unterricht fördert strukturierte und funktionale Partner- bzw. Gruppenarbeit.
- 11) Der Unterricht fördert strukturierte und funktionale Arbeit im Plenum.
- 12) Die Lernumgebung ist vorbereitet; der Ordnungsrahmen wird eingehalten.
- 13) Die Lehr- und Lernzeit wird intensiv für Unterrichtszwecke genutzt.
- 14) Es herrscht ein positives pädagogisches Klima im Unterricht.
- 15) Wertschätzende Rückmeldungen prägen die Bewertungskultur und den Umgang mit Schülerinnen und Schülern.

Fachliche Grundsätze:

- 16) Im Unterricht werden fehlerhafte Schülerbeiträge produktiv im Sinne einer Förderung des Lernfortschritts der gesamten Lerngruppe aufgenommen.
- 17) Der Unterricht ermutigt die Lernenden dazu, auch fachlich unvollständige Gedanken zu äußern und zur Diskussion zu stellen.
- 18) Die Bereitschaft zu problemlösenden Arbeiten wird durch Ermutigungen und Tipps gefördert und unterstützt.
- 19) Die Einstiege in neue Themen erfolgen grundsätzlich mithilfe sinnstiftender Kontexte, die an das Vorwissen der Lernenden anknüpfen und deren Bearbeitung sie in die dahinter stehende Mathematik führt.
- 20) Es wird genügend Zeit eingeplant, in der sich die Lernenden neues Wissen aktiv konstruieren und in der sie angemessene Grundvorstellungen zu neuen Begriffen entwickeln können.
- 21) Durch regelmäßiges wiederholendes Üben werden grundlegende Fertigkeiten „wachgehalten“.
- 22) Im Unterricht werden an geeigneter Stelle differenzierende Aufgaben eingesetzt.
- 23) Die Lernenden werden zu regelmäßiger, sorgfältiger und vollständiger Dokumentation der von ihnen bearbeiteten Aufgaben angehalten.
- 24) Im Unterricht wird auf einen angemessenen Umgang mit fachsprachlichen Elementen geachtet.
- 25) Digitale Medien werden regelmäßig dort eingesetzt, wo sie dem Lernfortschritt dienen.

2.5 Grundsätze der Leistungsbewertung und Leistungsrückmeldung

Auf der Grundlage von § 48 SchulG, § 13 APO-GOST hat die Fachkonferenz die nachfolgenden Grundsätze zur Leistungsbewertung und Leistungsrückmeldung beschlossen. Die nachfolgenden Absprachen stellen die Minimalanforderungen an das lerngruppenübergreifende gemeinsame Handeln der Fachgruppenmitglieder dar. Bezogen auf die einzelne Lerngruppe kommen ergänzend weitere der in den Folgeabschnitten genannten Instrumente der Leistungsüberprüfung zum Einsatz.

Verbindliche Absprachen:

- Die Aufgaben für Klausuren in parallelen Grund- bzw. Leistungskursen werden nach Möglichkeit im Vorfeld abgesprochen und gemeinsam gestellt.
- Klausuren können nach entsprechender Wiederholung im Unterricht auch Aufgabenteile enthalten, die Kompetenzen aus weiter zurückliegenden Unterrichtsvorhaben oder übergreifende prozessbezogene Kompetenzen erfordern.
- **Jede Klausur in der E-Phase sowie in Grund- und Leistungskursen der Q-Phase enthält einen „hilfsmittelfreien“ Teil.**
- Alle Klausuren in der Q-Phase enthalten auch Aufgaben mit Anforderungen im Sinne des Anforderungsbereiches III (vgl. Kernlehrplan Kapitel 4).
- Für die Aufgabenstellung der Klausuraufgaben werden die Operatoren der Aufgaben des Zentralabiturs verwendet. Diese sind mit den Schülerinnen und Schülern zu besprechen.
- Schülerinnen und Schülern wird in allen Kursen Gelegenheit gegeben, mathematische Sachverhalte zusammenhängend (z. B. eine Hausaufgabe, einen fachlichen Zusammenhang, einen Überblick über Aspekte eines Inhaltsfeldes ...) selbstständig vorzutragen.
- Sofern schriftliche Übungen (20 Minuten als Kompetenzüberprüfung bezüglich des unmittelbar zurückliegenden Unterrichtsvorhabens) gestellt werden sollen, verständigen sich dazu die Fachlehrkräfte paralleler Kurse und verfahren in diesen gleichartig.

Verbindliche Instrumente:

Überprüfung der schriftlichen Leistung

- **Einführungsphase:** Zwei Klausuren je Halbjahr, davon eine (in der Regel die vierte Klausur in der Einführungsphase) als landeseinheitlich zentral gestellte Klausur. Dauer der Klausuren: 2 Unterrichtsstunden. (Vgl. APO-GOST B § 14 (1) und VV 14.1.)
- **Grundkurse Q-Phase Q 1:** Zwei Klausuren je Halbjahr, jeweils 135 min.
- **Grundkurse Q-Phase Q 2.1:** Zwei Klausuren je 150 min
- **Grundkurse Q-Phase Q 2.2:** Eine Klausur unter Abiturbedingungen für Schülerinnen und Schüler, die Mathematik als 3. Abiturfach gewählt haben. Dauer der Klausur: 225 min (Vgl. APO-GOST B § 14 (2) und VV 14.2.)
- **Leistungskurse Q-Phase Q 1.1:** Zwei Klausuren je Halbjahr. Dauer der Klausuren: 150 min
- **Leistungskurse Q-Phase Q 1.2:** Zwei Klausuren je Halbjahr. Dauer: 180 min
- **Leistungskurse Q-Phase Q 2.1:** Zwei Klausuren je Halbjahr, Dauer: 225 min
- **Leistungskurse Q-Phase Q 2.2:** Eine Klausur unter Abiturbedingungen (die Fachkonferenz hat beschlossen, die letzte Klausur vor den Abiturklausuren unter Abiturbedingungen bzgl. Dauer und inhaltlicher Gestaltung zu stellen). Dauer der Klausur: 270 min. (Vgl. APO-GOST B § 14 (2) und VV 14.2.)
- **Facharbeit:** Gemäß Beschluss der Lehrerkonferenz wird die erste Klausur Q1.2 für diejenigen Schülerinnen und Schüler, die eine Facharbeit im Fach Mathematik schreiben, durch diese ersetzt. (Vgl. APO-GOST B § 14 (3) und VV 14.3.)

Überprüfung der sonstigen Leistung

In die Bewertung der sonstigen Mitarbeit fließen folgende Aspekte ein, die den Schülerinnen und Schülern bekanntgegeben werden müssen:

- Beteiligung am Unterrichtsgespräch (Quantität und Kontinuität)
- Qualität der Beiträge (inhaltlich und methodisch)
- Eingehen auf Beiträge und Argumentationen von Mitschülerinnen und -schülern, Unterstützung von Mitlernenden
- Umgang mit neuen Problemen, Beteiligung bei der Suche nach neuen Lösungswegen
- Selbstständigkeit im Umgang mit der Arbeit
- Umgang mit Arbeitsaufträgen (Hausaufgaben, Unterrichtsaufgaben...)
- Anstrengungsbereitschaft und Konzentration auf die Arbeit
- Beteiligung während kooperativer Arbeitsphasen
- Darstellungsleistung bei Referaten oder Plakaten und beim Vortrag von Lösungswegen
- Ergebnisse schriftlicher Übungen
- Anfertigen zusätzlicher Arbeiten, z. B. eigenständige Ausarbeitungen im Rahmen binnendifferenzierender Maßnahmen, Erstellung von Computerprogrammen

Konkretisierte Kriterien:

Kriterien für die Überprüfung der schriftlichen Leistung

- Die Bewertung der schriftlichen Leistungen in Klausuren erfolgt über ein Raster mit Hilfspunkten, die im Erwartungshorizont den einzelnen Kriterien zugeordnet sind.
Dabei sind in der Qualifikationsphase alle Anforderungsbereiche zu berücksichtigen, wobei der Anforderungsbereich II den Schwerpunkt bildet.
- Die Zuordnung der Hilfspunktsumme zu den Notenstufen orientiert sich in der Einführungsphase an der zentralen Klausur und in der Qualifikationsphase am Zuordnungsschema des Zentralabiturs. Die Note ausreichend soll bei Erreichen von ca. 50% der Hilfspunkte erteilt werden. Von den genannten Zuordnungsschemata kann im Einzelfall begründet abgewichen werden, wenn sich z. B. besonders originelle Teillösungen nicht durch Hilfspunkte gemäß den Kriterien des Erwartungshorizontes abbilden lassen oder eine Abwertung wegen besonders schwacher Darstellung (APO-GOST §13 (2)) angemessen erscheint.

Kriterien für die Überprüfung der sonstigen Leistungen

Im Fach Mathematik ist in besonderem Maße darauf zu achten, dass die Schülerinnen und Schüler zu konstruktiven Beiträgen angeregt werden. Daher erfolgt die Bewertung der sonstigen Mitarbeit nicht defizitorientiert oder ausschließlich auf fachlich richtige Beiträge ausgerichtet. Vielmehr bezieht sie Fragehaltungen, begründete Vermutungen, sichtbare Bemühungen um Verständnis und Ansatzfragmente mit in die Bewertung ein.

Im Folgenden werden Kriterien für die Bewertung der sonstigen Leistungen jeweils für eine gute bzw. eine ausreichende Leistung dargestellt. Dabei ist bei der Bildung der Quartals- und Abschlussnote jeweils die Gesamtentwicklung der Schülerin bzw. des Schülers zu berücksichtigen, eine arithmetische Bildung aus punktuell erteilten Einzelnoten erfolgt nicht:

| Leistungsaspekt | Anforderungen für eine | |
|----------------------------------|--|--|
| | gute Leistung | ausreichende Leistung |
| | <i>Die Schülerin, der Schüler</i> | |
| Qualität der Unterrichtsbeiträge | nennt richtige Lösungen und begründet sie nachvollziehbar im Zusammenhang der Aufgabenstellung | nennt teilweise richtige Lösungen, in der Regel jedoch ohne nachvollziehbare Begründungen |
| | geht selbstständig auf andere Lösungen ein, findet Argumente und Begründungen für ihre/seine eigenen Beiträge | geht selten auf andere Lösungen ein, nennt Argumente, kann sie aber nicht begründen |
| | kann ihre/seine Ergebnisse auf unterschiedliche Art und mit unterschiedlichen Medien darstellen | kann ihre/seine Ergebnisse nur auf eine Art darstellen |
| Kontinuität/Quantität | beteiligt sich regelmäßig am Unterrichtsgespräch | nimmt eher selten am Unterrichtsgespräch teil |
| Selbstständigkeit | bringt sich von sich aus in den Unterricht ein | beteiligt sich gelegentlich eigenständig am Unterricht |
| | ist selbstständig ausdauernd bei der Sache und erledigt Aufgaben gründlich und zuverlässig | benötigt oft eine Aufforderung, um mit der Arbeit zu beginnen; arbeitet Rückstände nur teilweise auf |
| | strukturiert und erarbeitet neue Lerninhalte weitgehend selbstständig, stellt selbstständig Nachfragen | erarbeitet neue Lerninhalte mit umfangreicher Hilfestellung, fragt diese aber nur selten nach |
| | erarbeitet bereitgestellte Materialien selbstständig | erarbeitet bereitgestellte Materialien eher lückenhaft |
| Hausaufgaben | erledigt sorgfältig und vollständig die Hausaufgaben | erledigt die Hausaufgaben weitgehend vollständig, aber teilweise oberflächlich |
| | trägt Hausaufgaben mit nachvollziehbaren Erläuterungen vor | nennt die Ergebnisse, erläutert erst auf Nachfragen und oft unvollständig |
| Kooperation | bringt sich ergebnisorientiert in die Gruppen-/Partnerarbeit ein | bringt sich nur wenig in die Gruppen-/Partnerarbeit ein |
| | arbeitet kooperativ und respektiert die Beiträge Anderer | unterstützt die Gruppenarbeit nur wenig, stört aber nicht |
| Gebrauch der Fachsprache | wendet Fachbegriffe sachangemessen an und kann ihre Bedeutung erklären | versteht Fachbegriffe nicht immer, kann sie teilweise nicht sachangemessen anwenden |
| Werkzeuggebrauch | setzt Werkzeuge im Unterricht sicher bei der Bearbeitung von Aufgaben und zur Visualisierung von Ergebnissen ein | benötigt häufig Hilfe beim Einsatz von Werkzeugen zur Bearbeitung von Aufgaben |
| Präsentation/Referat | präsentiert vollständig, strukturiert und gut nachvollziehbar | präsentiert an mehreren Stellen eher oberflächlich, die Präsentation weist Verständnislücken auf |
| Portfolio | führt das Portfolio sorgfältig und vollständig | führt das Portfolio weitgehend sorgfältig, aber teilweise unvollständig |
| Schriftliche Übung | ca. 75% der erreichbaren Punkte | ca. 50% der erreichbaren Punkte |

Grundsätze der Leistungsrückmeldung und Beratung

Am Ende jedes Quartals werden die Schülerinnen und Schüler im persönlichen Gespräch über ihren Leistungsstand informiert.

Eine Beratung, wie eine Schülerin bzw. ein Schüler seine Leistungen verbessern kann, ist jederzeit nach Absprache möglich.

2.6 Lehr- und Lernmittel

Lambacher Schweizer Einführungsphase (ISBN 978-3-12-735471-3) Lambacher Schweizer Qualifikationsphase Grundkurs (ISBN 978-3-12-735491-1), Lambacher Schweizer Qualifikationsphase Leistungskurs ISBN (978-3-12-735481-2)

Rechensoftware: GeoGebra CAS

3 Entscheidungen zu fach- und unterrichtsübergreifenden Fragen

Im Leistungskurs der Qualifikationsphase werden zwei Studientage durchgeführt, die der individuellen fachlichen Vertiefung oder auch der Vorbereitung auf das Zentralabitur dienen.

4 Qualitätssicherung und Evaluation

Durch parallele Klausuren (vgl. 2.3) in den Grundkursen, durch Diskussion der Aufgabenstellung von Klausuren in Fachdienstbesprechungen und eine regelmäßige Erörterung der Ergebnisse von Leistungsüberprüfungen wird ein hohes Maß an fachlicher Qualitätssicherung erreicht.